

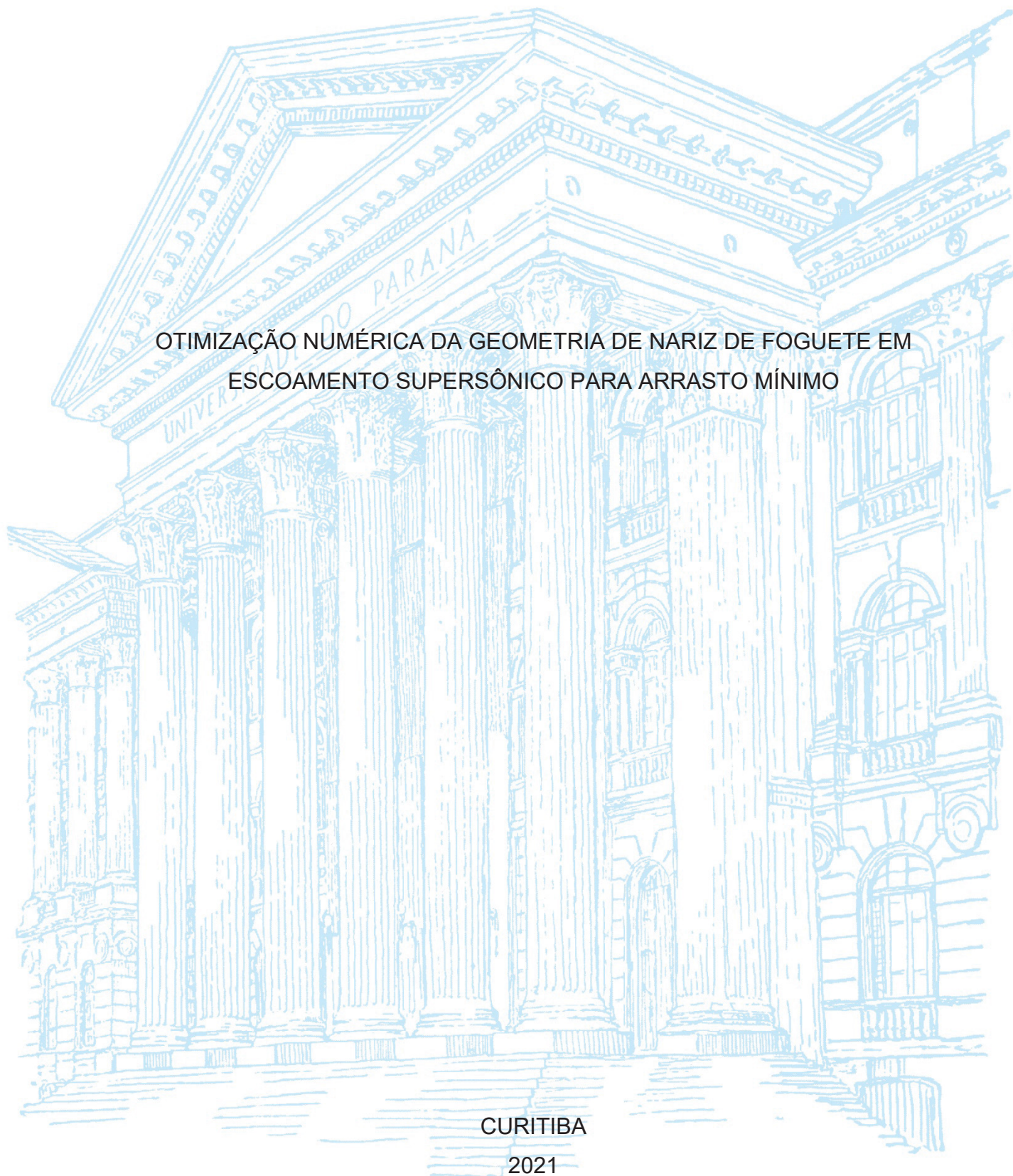
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

DENER AUGUSTO IORIO

OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DA GEOMETRIA DE NARIZ DE FOGUETE EM
ESCOAMENTO SUPERSÔNICO PARA ARRASTO MÍNIMO

CURITIBA

2021



DENER AUGUSTO IORIO

OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DA GEOMETRIA DE NARIZ DE FOGUETE EM
ESCOAMENTO SUPERSÔNICO PARA ARRASTO MÍNIMO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Bertoldo

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

164o

Iorio, Dener Augusto

Otimização numérica da geometria de nariz de foguete em escoamento supersônico para arrasto mínimo [recurso eletrônico] / Dener Augusto Iorio. – Curitiba, 2021.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2021.

Orientador: Carlos Henrique Marchi – Coorientador: Guilherme Bertoldo

1. Arrasto (Aerodinâmica). 2. Foguetes (Aerodinâmica). 3. Otimização matemática. 4. Dinâmica dos fluidos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Marchi, Carlos Henrique. III. Bertoldo, Guilherme. IV. Título.

CDD: 533.62

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
MECÂNICA - 40001016040P5

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **DENER AUGUSTO IORIO** intitulada: **OTIMIZAÇÃO NUMÉRICA DA GEOMETRIA DE NARIZ DE FOGUETE EM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO PARA ARRASTO MÍNIMO**, sob orientação do Prof. Dr. CARLOS HENRIQUE MARCHI, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 13 de Maio de 2021.

CARLOS HENRIQUE MARCHI

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

VIVIANA COCCO MARIANI

Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ)

Ana Cristina Avelar

ANA CRISTINA AVELAR

Avaliador Externo (INSTITUTO DE AERONÁUTICA E ESPAÇO)

Dedico este trabalho a Deus e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, professor Dr. Carlos Henrique Marchi e professor Dr. Guilherme Bertoldo, agradeço pela orientação, confiança e paciência.

Agradeço ao meu irmão Giovanne Deni Iorio pelo apoio e pelo auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus pais Fatima Iorio e Augusto Iorio, aos meus irmãos, cunhado e ao meu amigo Trenton pelo suporte e pelo incentivo aos meus estudos.

Agradeço aos membros da banca examinadora, professora Dra. Viviana Cocco Mariani e professora Dra. Ana Cristina Avelar pela leitura desta dissertação e pelas sugestões apontadas.

Aos meus colegas e professores do grupo de pesquisa em CFD, Propulsão e Aerodinâmica, em especial, Foltran, Phillipe, Izabel, Geversson, Felipe e Carlos Eduardo, agradeço pela amizade e companheirismo.

“Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei em ombros de gigantes”.
(ISAAC NEWTON)

RESUMO

A redução do arrasto aerodinâmico é um tema de interesse para estudiosos e para a indústria de aeronaves e foguetes. Uma redução do arrasto resulta no aumento da autonomia do veículo ou de sua capacidade de carga. O objetivo deste trabalho é identificar narizes de foguete com coeficientes de arrasto mínimos, por meio de uma metodologia de otimização para a modificação da forma geométrica do corpo. Foram estudados narizes de foguete com razão de aspecto dois (razão entre o comprimento e o diâmetro do corpo) sujeitos a escoamento supersônico de ar com número de Mach igual a três. A metodologia usa os algoritmos de otimização Estratégia Evolutiva com Adaptação da Matriz de Covariância (CMA-ES) e Evolução Diferencial (DE) para guiar o processo. A escolha desses algoritmos específicos foi realizada após a avaliação do desempenho de diferentes algoritmos estocásticos e determinísticos da biblioteca Pagmo e do código DEPP no problema deste trabalho. O algoritmo de otimização sugere diversas geometrias e a simulação do escoamento de cada uma delas é realizada numericamente por meio do código SU2, resolvendo as equações governantes do escoamento com o Método dos Volumes Finitos. São utilizadas as equações de Euler para a modelagem matemática do escoamento. O perfil do nariz de foguete foi modelado como sendo bidimensional axissimétrico e em sua superfície estão presentes os pontos de otimização. Nesta dissertação foram utilizados um, dois, três, quatro e cinco pontos de otimização, os quais tiveram em um primeiro momento as suas coordenadas axiais e radiais otimizadas. Posteriormente, as coordenadas radiais desses pontos foram otimizadas em malhas mais finas. Os coeficientes de arrasto dos narizes de foguetes otimizados são apresentados com estimativas de incerteza/erro numérico dadas pelos estimadores GCI, Convergente e o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson. Coeficientes de arrasto de perfis da literatura também foram recalculados e apresentados com estimativas de erro. Em um dos estudos realizados, concluiu-se que o tamanho da população utilizado nas etapas da otimização tem pouca influência no resultado da otimização do problema em questão e que populações pequenas resultam em tempos menores de otimização. Analisando-se os resultados das otimizações, percebeu-se que o aumento no número de pontos de otimização resulta em narizes de foguete com contornos cada vez mais similares, produzindo ganhos cada vez menores no coeficiente de arrasto. Uma diferença relativa de 0,0179% foi obtida entre os coeficientes de arrasto das formas otimizadas com quatro e cinco pontos de otimização. O uso de malhas mais finas nas simulações também resulta em perfis otimizados similares. Os perfis otimizados possuem coeficientes de arrasto de até 21,7% menores que um perfil cônico com mesma razão de aspecto. Os perfis otimizados também foram comparados com outros perfis da literatura. O coeficiente de arrasto do perfil otimizado com cinco pontos de otimização não superou apenas um dos resultados utilizados para comparação, mas se encontra próximo a este com uma diferença relativa de 0,0491% e utilizando três variáveis de projeto a menos na otimização.

Palavras-chave: Arrasto. Aerodinâmica. Nariz de Foguete. Otimização. Dinâmica dos Fluidos Computacional.

ABSTRACT

The reduction of aerodynamic drag is a topic of interest to scholars and the aircraft and rocket industry. A reduction in drag results in increased vehicle autonomy or its load capacity. The objective of this work is to identify rocket noses with minimum drag coefficients, through an optimization methodology for the modification of the body's shape. Rocket noses with aspect ratio two (ratio between length and body diameter) subjected to supersonic air flow with Mach number three were studied. The methodology uses the optimization algorithms Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy (CMA-ES) and Differential Evolution (DE) to guide the process. The choice of these specific algorithms was made after evaluating the performance of different stochastic and deterministic algorithms of the Pagmo library and the DEPP code in the problem of this work. The optimization algorithm suggests numerous geometries and the flow simulation of each one is performed numerically using the SU2 code, solving the governing flow equations with the Finite Volume Method. Euler's equations are used for the mathematical modeling of the flow. The rocket nose profile was modeled as being two-dimensional axisymmetric and on its surface are present the optimization points. In this dissertation, one, two, three, four and five optimization points were used, which initially had their axial and radial coordinates optimized. Subsequently, the radial coordinates of these points were optimized in finer meshes. The drag coefficients of the optimized rocket noses are presented with estimates of numerical uncertainty/error given by the estimators GCI, Convergent and the estimator based on the Repeated Richardson Extrapolation. Drag coefficients of literature profiles were also recalculated and presented with error estimates. In one of the studies conducted, it was concluded that the size of the population used in the optimization steps has little influence on the result of the optimization of the problem in question and that small populations result in shorter optimization times. Analyzing the results of the optimizations, it was noticed that the increase in the number of optimization points results in rocket noses with increasingly similar contours, producing progressively smaller gains in the drag coefficient. A relative difference of 0.0179% was obtained between the drag coefficients of the shapes optimized with four and five optimization points. The use of finer meshes in the simulations also results in similar optimized profiles. The optimized profiles have drag coefficients up to 21.7% lower than a conical profile with the same aspect ratio. The optimized profiles were also compared with other profiles from the literature. The drag coefficient of the optimized profile with five optimization points has not surpassed only one of the results used for comparison, but it is close to this with a relative difference of 0.0491% and using three fewer design variables in the optimization.

Keywords: Drag. Aerodynamic. Rocket Nose. Optimization. Computational Fluid Dynamics.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – ESQUEMA DO PROBLEMA DE NEWTON	23
FIGURA 2 – PERFIL PROPOSTO POR NEWTON	25
FIGURA 3 – PERFIS GERADOS COM A EQUAÇÃO DE VON KÁRMÁN E COM A EQUAÇÃO DA LEI DE POTÊNCIA COM EXPOENTE 3/4	26
FIGURA 4 – COMPARAÇÃO DO PERFIL OTIMIZADO OBTIDO POR EGGERS JÚNIOR, RESNIKOFF E DENNIS COM A CURVA DO TIPO LEI DE POTÊNCIA	27
FIGURA 5 – MODELOS DE CURVAS UTILIZADOS POR BERTOLDO: LEI DE POTÊNCIA (EM PRETO), LEI DE POTÊNCIA COM FACE PLANA E TRANSIÇÃO SUAVE (EM AZUL) E TRANSIÇÃO NÃO SUAVE (EM VERMELHO)	29
FIGURA 6 – DIMENSÕES CARACTERÍSTICAS DE UM NARIZ DE FOGUETE	33
FIGURA 7 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO SUBSÔNICO	36
FIGURA 8 – REPRESENTAÇÕES DE ESCOAMENTOS TRANSÔNICOS.....	36
FIGURA 9 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO.....	37
FIGURA 10 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO HIPERSÔNICO	38
FIGURA 11 – COMPARAÇÃO DO ESCOAMENTO HIPERSÔNICO COM O ESCOAMENTO IDEALIZADO POR NEWTON	40
FIGURA 12 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO DA TEORIA NEWTONIANA COM VALORES EXATOS PARA UMA CUNHA (2D) E UM CONE (3D).....	41
FIGURA 13 – COMPARAÇÃO DAS DIFERENTES LEIS DE PRESSÃO COM RESULTADOS NUMÉRICOS EXATOS PARA ESCOAMENTO EM MACH INFINITO SOBRE UM CILINDRO.....	43
FIGURA 14 – MALHA NÃO ESTRUTURADA BASEADA NOS VÉRTICES.....	48
FIGURA 15 – ILUSTRAÇÃO DO DOMÍNIO DE CÁLCULO E DE SEUS CONTORNOS	52
FIGURA 16 – MALHA BASE	54
FIGURA 17 – PRIMEIRO NÍVEL DE REFINO DA MALHA BASE.....	55
FIGURA 18 – CORPO CÔNICO INSERIDO EM UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO	57

FIGURA 19 – MALHA BASE COM 20x20 VOLUMES USADA NA VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO	61
FIGURA 20 – PONTOS DE OTIMIZAÇÃO NO CONTORNO DO NARIZ	66
FIGURA 21 – FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO	67
FIGURA 22 – INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO TEMPO DE OTIMIZAÇÃO	75
FIGURA 23 – INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO VALOR DO COEFICIENTE DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO.....	75
FIGURA 24 – PERFIS OTIMIZADOS DO NARIZ DE FOGUETE	79
FIGURA 25 – VARIAÇÃO DA COORDENADA y_1 OTIMIZADA COM O REFINO DA MALHA	81
FIGURA 26 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS PERFIS OTIMIZADOS	83
FIGURA 27 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO	88
FIGURA 28 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	89
FIGURA 29 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	89
FIGURA 30 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	90
FIGURA 31 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	90
FIGURA 32 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	91
FIGURA 33 – CAMPO DE MACH DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	91
FIGURA 34 – CAMPO DE TEMPERATURA DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	92
FIGURA 35 – COEFICIENTE DE PRESSÃO SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO...93	
FIGURA 36 – MASSA ESPECÍFICA SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO	93

FIGURA 37 – NÚMERO DE MACH SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO	94
FIGURA 38 – TEMPERATURA SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO	94
FIGURA 39 – COMPARAÇÃO DOS PERFIS DOS NARIZES DE FOGUETE	98
FIGURA 40 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO	114
FIGURA 41 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO .	115
FIGURA 42 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO .	115
FIGURA 43 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO	116

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES DO ESCOAMENTO E DA GEOMETRIA DO NARIZ DE FOGUETE	51
TABELA 2 – PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E DO ESCOAMENTO UTILIZADAS NA VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO	57
TABELA 3 – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....	62
TABELA 4 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO	62
TABELA 5 – SOLUÇÕES EXTRAPOLADAS E DA MALHA MAIS FINA COM ESTIMATIVAS DE ERRO NUMÉRICO	63
TABELA 6 – VALORES DO CD EXTRAÍDOS DO GRÁFICO DE EGGERS JÚNIOR, RESNIKOFF E DENNIS (1957)	63
TABELA 7 – COMPARAÇÕES DOS VALORES OBTIDOS DAS SIMULAÇÕES COM O COEFICIENTE DE ARRASTO EXPERIMENTAL [0,0810].....	64
TABELA 8 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO	72
TABELA 9 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	72
TABELA 10 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SETE VARIÁVEIS DE PROJETO.....	72
TABELA 11 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM NOVE VARIÁVEIS DE PROJETO.....	73
TABELA 12 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO.....	74
TABELA 13 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	74
TABELA 14 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	74

TABELA 15 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	74
TABELA 16 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=1, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES	77
TABELA 17 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=2, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES	77
TABELA 18 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=3, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES	77
TABELA 19 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=4, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES	77
TABELA 20 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=5, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE	78
TABELA 21 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=1, MALHA COM 480x480 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE	78
TABELA 22 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA.....	80
TABELA 23 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA.....	80
TABELA 24 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA.....	80
TABELA 25 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA.....	81
TABELA 26 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA.....	81
TABELA 27 – COMPARAÇÕES DOS DADOS RESULTANTES DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 240x240 VOLUMES.....	82
TABELA 28 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO	84
TABELA 29 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	84

TABELA 30 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	84
TABELA 31 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO	84
TABELA 32 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	85
TABELA 33 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO	85
TABELA 34 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO ..	86
TABELA 35 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO ..	86
TABELA 36 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO	86
TABELA 37 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO	86
TABELA 38 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E INCERTEZAS NUMÉRICAS CALCULADAS COM ESTIMADOR GCI DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS.....	87
TABELA 39 – SOLUÇÕES MULTIESTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS	87
TABELA 40 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS	87
TABELA 41 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS.....	88
TABELA 42 – COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO	96

TABELA 43 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS E OS UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO	97
TABELA 44 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE	109
TABELA 45 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE 1220	109
TABELA 46 – PARÂMETROS DO ALGORITMO SADE	109
TABELA 47 – PARÂMETROS DO ALGORITMO CMA-ES	109
TABELA 48 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 30x30	111
TABELA 49 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 30x30	112
TABELA 50 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 30x30	112
TABELA 51 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 30x30	112
TABELA 52 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 60x60	112
TABELA 53 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 60x60	112
TABELA 54 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 60x60	113
TABELA 55 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 60x60	113
TABELA 56 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 120x120	113

TABELA 57 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 120x120	113
TABELA 58 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 120x120	113
TABELA 59 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 120x120	114
TABELA 60 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 30x30 .	116
TABELA 61 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 30x30 .	117
TABELA 62 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 30x30 .	117
TABELA 63 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 30x30 .	117
TABELA 64 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 60x60 .	117
TABELA 65 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 60x60 .	117
TABELA 66 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 60x60 .	117
TABELA 67 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 60x60 .	118

TABELA 68 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 120x120	118
TABELA 69 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 120x120	118
TABELA 70 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 120x120	118
TABELA 71 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 120x120	118
TABELA 72 – PONTUAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICOS	119
TABELA 73 – PONTUAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API	– <i>Application Programming Interface</i>
ASME	– <i>American Society of Mechanical Engineers</i>
CDS	– <i>Central Differencing Scheme</i>
CMA-ES	– <i>Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy</i>
DE	– <i>Differential Evolution</i>
DE1220	– <i>Differential Evolution 1220</i>
DE-RSM	– <i>Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology</i>
DR	– Diferença relativa
GCI	– <i>Grid Convergence Index</i>
JST	– Jameson-Schmidt-Turkel
LBFGS	– <i>Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno</i>
MER	– Multiextrapolação de Richardson
SADE	– <i>Self-adaptive Differential Evolution</i>
SLSQP	– <i>Sequential Least Squares Quadratic Programming</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	– Área [m ²]
a	– Velocidade do som [m/s]
C_D	– Coeficiente de arrasto
C_p	– Coeficiente de pressão
D	– Arrasto total [N]
∂	– Arestas do volume de controle sobre o contorno do domínio
E	– Energia total por unidade de massa [J/kg]
E_π	– Erro de arredondamento
E_{comp}	– Erro de comparação
E_h	– Erro de truncamento
E_i	– Erro de iteração
E_{model}	– Erro de modelagem
E_n	– Erro numérico
F	– Força [N]
F_s	– Fator de segurança
F^c	– Fluxo advectivo [kg/m.s]
f	– Função
f_r	– Razão de aspecto
h	– Métrica de malha [m]
\bar{I}	– Matriz identidade
K	– Massa [kg]
k	– Fator de expansão
L	– Comprimento [m]
M	– Número de Mach
m	– Malha
N	– Número de pontos ou de variáveis de projeto
N_f	– Número de chamadas da função objetivo
N_x	– Número de volumes na direção axial da malha
N_y	– Número de volumes na direção radial da malha
n	– Direção normal [m]
\vec{n}	– Vetor normal [m]

na	– Número de arestas
nv	– Número de vértices
P	– Volume de controle
p	– Pressão [Pa]
p_0	– Ordem assintótica
p_{\min}	– Mínimo entre a ordem assintótica e a ordem aparente equivalente
p_U^*	– Ordem aparente equivalente
q_r	– Razão de raios
R	– Solução real de um problema
Re	– Número de Reynolds
R_G	– Constante do gás [J/kg.K]
r	– Razão de refino
r_b	– Raio de base [m]
r_f	– Raio frontal [m]
S	– Superfície
s	– Pontuação
T	– Temperatura [K]
t	– Tempo [s]
U	– Vetor das variáveis conservativas
U_C	– Estimador convergente
U_{exp}	– Incerteza padrão do erro experimental
U_{GCI}	– Estimador GCI
U_{input}	– Incerteza padrão dos dados de entrada da simulação
U_m	– Estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson
U_n	– Estimativa do erro numérico
U_{num}	– Incerteza numérica padrão
U_{read}	– Incerteza devido à leitura de dados de gráfico
U_{val}	– Incerteza de validação padrão
u	– Componente axial do vetor velocidade [m/s]
V	– Magnitude do vetor velocidade [m/s]
V^y	– Métrica de malha relacionada ao volume da célula
v^y	– Métrica de malha
v	– Componente radial do vetor velocidade [m/s]

\vec{v}	– Vetor velocidade [m/s]
X	– Resultado experimental
x	– Coordenada axial [m]
Y	– Vetor das variáveis de projeto [m]
y	– Coordenada radial [m]
z	– Coordenada vertical [m]

Símbolos Gregos

α	– Expoente da curva do tipo lei de potência
β	– Coeficiente balístico
γ	– Razão de calores específicos
θ	– Ângulo [graus]
μ	– Viscosidade [Pa.s]
π	– Número Pi
ρ	– Massa específica [kg/m ³]
Φ	– Solução analítica
ϕ	– Solução numérica
ϕ_{∞}	– Estimativa da solução analítica ou solução extrapolada
Ω	– Volume de controle arbitrário

Subscritos

∞	– Indica propriedade da corrente livre
F	– Malha fina
G	– Malha grossa
i	– Índice do vértice
k	– Número da aresta
$máx$	– Indica o valor máximo de uma variável
n	– Direção normal
NB	– Volume de controle vizinho
P	– Volume de controle
SG	– Malha supergrossa
T	– Relativo à seção transversal

Sobrescrito

0 – Propriedade no instante de tempo anterior

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	23
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
1.3	OBJETIVOS DO TRABALHO	31
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	32
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
2.1	NARIZ DE FOGUETE.....	33
2.2	ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO.....	33
2.3	NÚMERO DE MACH	34
2.3.1	Escoamento subsônico.....	35
2.3.2	Escoamento transônico	36
2.3.3	Escoamento supersônico	37
2.3.4	Escoamento hipersônico	37
2.4	LEI DE PRESSÃO DE NEWTON	38
2.5	LEI DE NEWTON MODIFICADA.....	41
2.6	LEI DE NEWTON COM CORREÇÃO DE BUSEMANN	42
2.7	OTIMIZAÇÃO	43
3	MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO.....	46
3.1	MODELO FÍSICO	46
3.2	MODELO MATEMÁTICO	46
3.3	MODELO NUMÉRICO.....	47
3.4	PROPRIEDADES FÍSICAS	51
3.5	CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHA	52
3.6	APROXIMAÇÃO PARA A VARIÁVEL DE INTERESSE	55
3.7	VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO.....	57
4	METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO	66
5	RESULTADOS	71
5.1	OTIMIZAÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS.....	71
5.2	ESTUDO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO	73
5.3	OTIMIZAÇÃO DAS COORDENADAS RADIAIS.....	75
5.4	ANÁLISE DAS OTIMIZAÇÕES.....	79
5.5	COEFICIENTES DE ARRASTO DAS GEOMETRIAS OTIMIZADAS	82

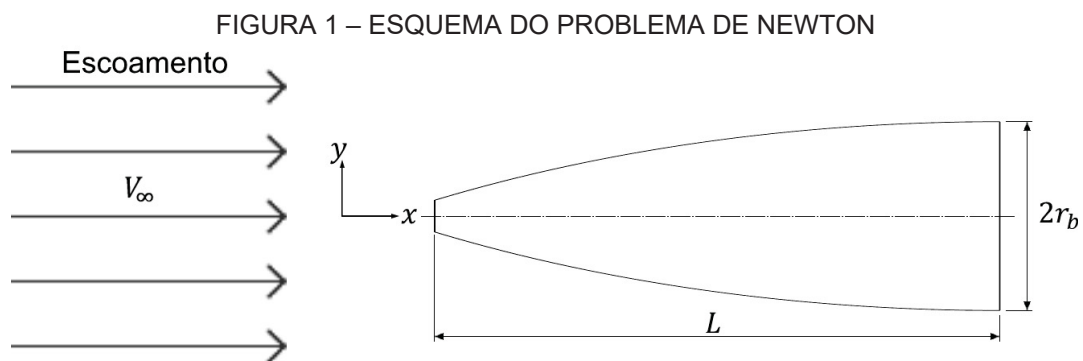
5.6	COMPARAÇÕES COM OUTROS AUTORES.....	95
6	CONCLUSÃO.....	99
6.1	CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO.....	100
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	100
	REFERÊNCIAS.....	103
	APÊNDICE A – PARÂMETROS DOS ALGORITMOS DA BIBLIOTECA PAGMO	109
	APÊNDICE B – PARÂMETROS DO CÓDIGO DEPP	110
	APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE	
	OTIMIZAÇÃO.....	111
	APÊNDICE D – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO SU2.....	121

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo inicial tem como objetivo definir o problema tratado neste trabalho, que consiste na otimização da geometria de um nariz de foguete em regime supersônico para minimização do coeficiente de arrasto. Também fazem parte dessa introdução uma revisão bibliográfica, os objetivos e a estrutura do trabalho.

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Há mais de 300 anos, mais precisamente em 1687, Isaac Newton descreveu em sua obra “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural” o problema que ficou conhecido como “Problema de Newton de Mínima Resistência” ou simplesmente “Problema de Newton”. Em poucas palavras e sem muitas explicações, Newton descreveu o problema e o perfil geométrico de um objeto que teoricamente possui arrasto mínimo quando se deslocando em um fluido, com velocidade constante e sem ângulo de ataque. A FIGURA 1 ilustra tal problema.



FONTE: O autor (2021).

A redução do arrasto é um assunto de interesse, principalmente nos campos da aeronáutica e da astronáutica. O arrasto sobre um foguete, míssil ou aeronave influencia na quantidade de energia necessária para o translado do mesmo, ou seja, requerendo mais energia para atingir uma distância predeterminada. A redução de 1% do arrasto resulta no aumento de aproximadamente 10% na capacidade de carga ou na distância percorrida por uma aeronave (MAHAPATRA; SRIRAM; JAGADEESH, 2008). Para se reduzir o arrasto, pode-se atuar no perfil aerodinâmico do foguete de

forma a reduzir a transformação de energia cinética em energia térmica (e transferência de momento).

Assim, neste trabalho o problema é definido como a minimização do coeficiente de arrasto de um nariz de foguete sujeito a um escoamento supersônico com número de Mach igual a três. Um algoritmo de otimização foi utilizado para ajustar iterativamente as coordenadas de N pontos da superfície do nariz de modo a obter um formato otimizado em relação ao coeficiente de arrasto. Foram obtidas geometrias otimizadas com um, dois, três, quatro e cinco pontos de otimização. Para gerar os perfis dos narizes de foguete, os pontos de otimização foram interpolados com o método de interpolação por polinômio cúbico monotônico por partes (FRITSCH; CARLSON, 1980). O escoamento foi modelado com o modelo matemático de Euler e resolvido numericamente com o código computacional SU2 (ECONOMON et al., 2016).

A geometria do nariz foi representada de modo bidimensional com simetria axial, cujo eixo é paralelo à direção do escoamento livre. Assim, as coordenadas de um ponto representam a distância em relação à ponta do nariz e a altura em relação ao eixo de simetria, ou seja, o raio do ponto. Durante o processo de otimização, o otimizador sugere as coordenadas dos N pontos.

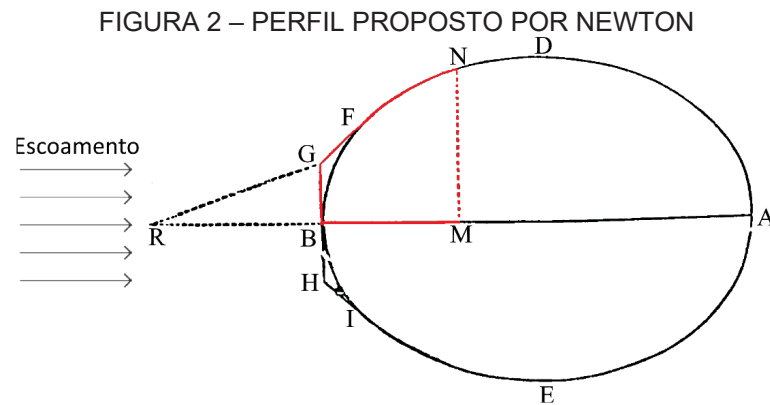
A metodologia utilizada consiste em duas etapas principais. A primeira é a otimização tanto das coordenadas axiais quanto radiais dos pontos de otimização. Essas otimizações são realizadas em malhas grossas com o intuito de reduzir o custo computacional. A segunda etapa é a otimização apenas das coordenadas radiais dos pontos de otimização em malhas mais finas. As coordenadas axiais são as obtidas no primeiro conjunto de otimizações. Utilizando essa metodologia, não é necessário assumir algum tipo de distribuição para posicionar axialmente os pontos de otimização.

Foi considerado no estudo um nariz de foguete com comprimento L igual a dois metros e raio de base r_b de 0,5 metro, assim a sua razão de aspecto f_r , ou a razão entre o seu comprimento e diâmetro, é igual a dois.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em 1687, teve-se o início das pesquisas de geometrias otimizadas para reduzir o arrasto sobre um corpo com a publicação da primeira edição da obra

Princípios Matemáticos da Filosofia Natural por Newton. Newton (1846) foi o primeiro autor a investigar o problema. Com base em seu modelo matemático do escoamento sobre um objeto, posteriormente chamado de Lei de Pressão de Newton (seção 2.4), Newton apresentou o perfil que está ilustrado na FIGURA 2, composto pelo contorno BGFNM (destacado em vermelho). Ele é formado pela união de uma linha reta, perpendicular à direção do movimento, e uma curva suave, podendo ser um arco de uma elipse ou uma curva oval, sendo as duas linhas ligadas por uma linha reta a 45° em relação à direção do escoamento. Contudo, o autor não descreve claramente o que o levou a tal afirmação, fato posteriormente também relatado por Kraiko (2019) em seu artigo sobre a história do problema.



FONTE: Adaptado de Newton (1846).

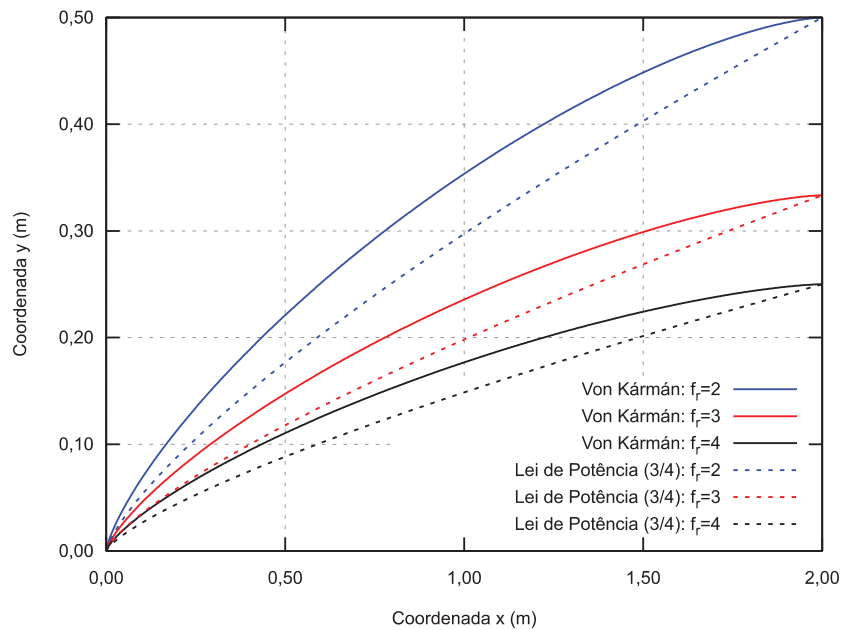
Von Kármán (1935) voltou a tratar do problema de Newton passados quase 250 anos de sua formulação. O autor aplicou a teoria do escoamento supersônico linearizado em conjunto com o Cálculo Variacional para determinar o perfil, equação (1), que minimiza o coeficiente de arrasto de pressão frontal, considerando simplificações para corpos delgados, e obteve o nariz de foguete conhecido como a ogiva de Von Kármán. O seu perfil pode ser obtido com o uso da equação (VON KÁRMÁN, 1935)

$$\left(\frac{y}{2r_b}\right)^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\arcsin\left(\sqrt{\frac{x}{L}}\right) + \left(2\frac{x}{L} - 1\right) \sqrt{\frac{x}{L}\left(1 - \frac{x}{L}\right)} \right], \quad (1)$$

onde x é a coordenada axial tal que $0 \leq x \leq L$ e y é a coordenada radial. Observa-se que o seu perfil independe do número de Mach, sendo necessário somente o conhecimento do raio de base r_b e do comprimento L do corpo. A FIGURA 3 ilustra

três perfis gerados com a equação de Von Kármán. A razão de aspecto f_r apresentada na figura representa a razão entre o comprimento e o diâmetro do nariz de foguete e é definida na seção 2.1.

FIGURA 3 – PERFIS GERADOS COM A EQUAÇÃO DE VON KÁRMÁN E COM A EQUAÇÃO DA LEI DE POTÊNCIA COM EXPOENTE 3/4



FONTE: O autor (2021).

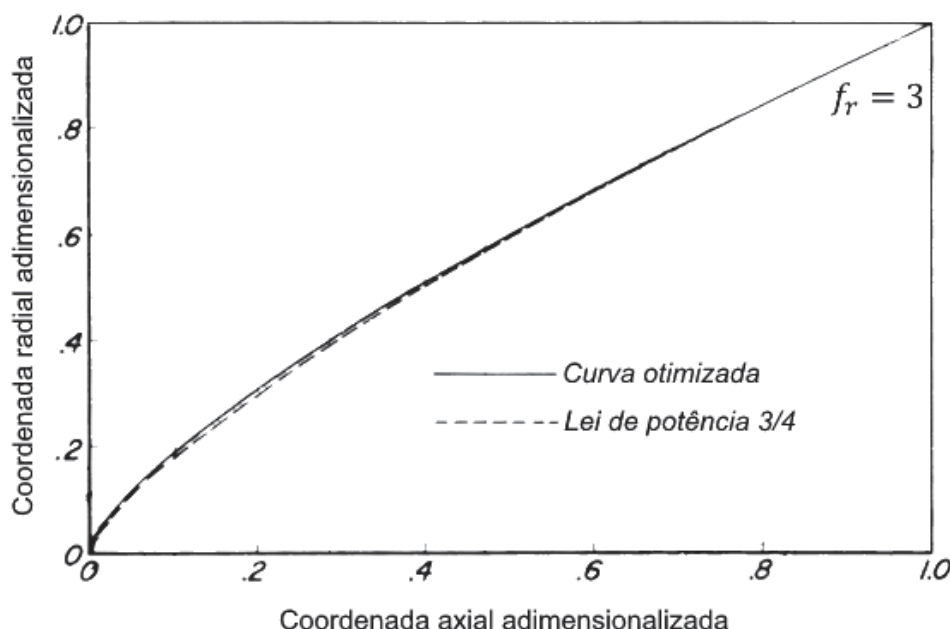
Parker (1954), 19 anos depois, obteve um resultado mais geral do que o de Von Kármán em virtude de não ter realizado simplificações para corpos delgados, porém as suas equações são muito mais complexas para serem resolvidas. Em seu estudo, o autor constatou que o perfil ótimo é dependente do número de Mach.

Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957) utilizaram a Lei de Pressão de Newton juntamente com o Cálculo Variacional para determinar os perfis geométricos de cones nasais que minimizam o arrasto em diversas condições, sendo estas: razão de aspecto fixa; comprimento e volume fixos; comprimento e área superficial fixos; diâmetro e volume fixos; diâmetro e área superficial fixos. Os resultados indicaram que para uma razão de aspecto conhecida, ou melhor, para um comprimento fixo, a geometria do corpo tende a ser arredondada, sendo a sua geometria similar a uma curva do tipo lei de potência com expoente $3/4$, ou seja:

$$y(x) = r_b \left(\frac{x}{L} \right)^{3/4} \quad (2)$$

A FIGURA 4 ilustra o perfil obtido pelos autores e a curva do tipo lei de potência. A FIGURA 3 também apresenta alguns perfis gerados com a equação (2). Os autores descrevem que, de modo geral, o perfil otimizado deve possuir uma face frontal plana (EGGERS JÚNIOR; RESNIKOFF; DENNIS, 1957). O perfil obtido pelos autores também apresentou um bom desempenho em testes em túnel de vento. Perkins, Jorgensen e Sommer (1958) também avaliaram experimentalmente o perfil descrito pela equação (2), e descreveram que, de maneira geral, um bom desempenho foi obtido com números de Mach na faixa de 1,24 a 3,67.

FIGURA 4 – COMPARAÇÃO DO PERFIL OTIMIZADO OBTIDO POR EGGERS JÚNIOR, RESNIKOFF E DENNIS COM A CURVA DO TIPO LEI DE POTÊNCIA



FONTE: Adaptado de Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957).

Gonor (1960) utilizando cálculo variacional obteve analiticamente perfis otimizados de narizes de foguete axissimétricos para o regime hipersônico, segundo a fórmula de Newton com a correção de Busemann (seção 2.6). As geometrias utilizadas possuem um canal axial para a passagem de ar no interior do nariz, sendo o raio desses canais menores que 1% do raio de base dos narizes. Para cada raio de base utilizado, o perfil obtido é ligeiramente mais arredondado que o perfil ótimo de Newton. Os coeficientes de arrasto ficaram entre 20 e 22% menores que os perfis de Newton.

Mason e Lee (1994) realizaram a otimização do perfil de um cone nasal regido por curvas do tipo lei de potência utilizando o modelo matemático de Euler. Os autores

comentam que o expoente encontrado (0,69) se encontra próximo ao valor obtido ao se utilizar os modelos teóricos baseados no modelo de Newton, sendo 0,75 para a Lei de Pressão de Newton (EGGERS JÚNIOR; RESNIKOFF; DENNIS, 1957; PERKINS; JORGENSEN; SOMMER, 1958) e $2/3$ ao se utilizar a correção de Busemann (MASON; LEE, 1994).

Horstmann, Kawohl e Villaggio (2002) avaliaram a influência do fator de atrito no perfil ótimo. Os autores afirmam que a forma otimizada do cone nasal possui uma face plana frontal cujo raio, ou altura, aumenta ao se aumentar o fator de atrito.

Kraiko et al. (2003) obtiveram perfis otimizados de corpos axissimétricos resolvendo as equações de Euler em conjunto com o Cálculo Variacional para números de Mach entre 1,2 e 10 e razões de aspecto de 0,125 a 10. Todos os perfis obtidos possuem uma face frontal plana, em acordo com Newton (1846), Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957) e Horstmann, Kawohl e Villaggio (2002), seguida por um arco suave. No geral, os perfis obtidos pelos autores possuem os menores coeficientes de arrasto encontrados na literatura.

O trabalho de Sahai, John e Natarajan (2014) consistiu no uso da Lei de Newton Modificada (seção 2.5), curvas de Bezier para a representação da superfície do nariz e o método de otimização numérica *Steepest-descent* (Método da descida mais íngreme) para a minimização do coeficiente de arrasto. Utilizaram-se dois pontos de otimização para as representações das superfícies dos corpos, sendo esses pontos variáveis tanto em x , longitudinalmente, quanto em y , radialmente. Para baixas razões de aspecto, as formas otimizadas se assemelham a curvas do tipo lei de potência com expoente 0,7, próximo ao valor de 0,75 de Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957) e Perkins, Jorgensen e Sommer (1958), e ao expoente 0,69 de Mason e Lee (1994).

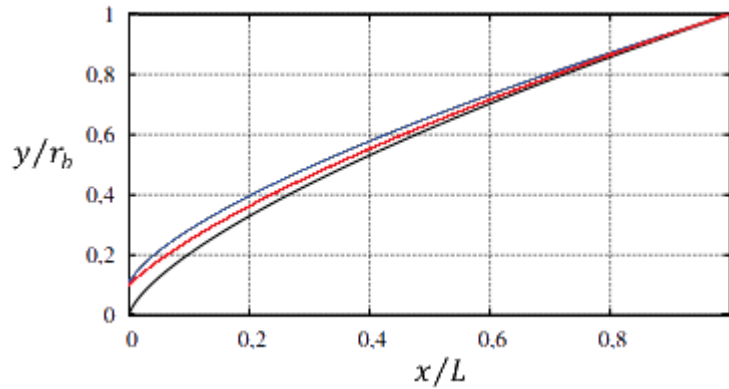
Bertoldo (2014) tratou do problema da otimização aerodinâmica de Newton utilizando como base as equações de Navier-Stokes. Em sua metodologia, as equações de Navier-Stokes foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos e foi utilizado um algoritmo de otimização híbrido composto pelo algoritmo de Evolução Diferencial e pelo Método da Superfície de Resposta. Para a representação do perfil do nariz, foram utilizados três perfis geométricos baseados na lei de potência, sendo um a lei de potência e os outros dois foram leis de potência com face plana, descritos pelas seguintes equações (BERTOLDO, 2014)

$$y = r_b \left[q_r + (1 - q_r) \left(\frac{x}{L} \right)^\alpha \right], 0 \leq x \leq L \quad (3)$$

$$y = r_b \left[q_r^{1/\alpha} + \left(1 - q_r^{1/\alpha} \right) \left(\frac{x}{L} \right)^\alpha \right], 0 \leq x \leq L, \quad (4)$$

onde a primeira equação gera perfis com um raio frontal diferente de zero e com uma transição suave para um arco até a base do nariz. A equação (4) gera perfis semelhantes, porém sem a transição suave. q_r é a razão entre o raio frontal r_f e o raio de base r_b . A FIGURA 5 ilustra os modelos de curvas utilizados por Bertoldo (2014). As variáveis de projeto foram o expoente α ($0 \leq \alpha \leq 1$) e o valor q_r , com exceção do primeiro tipo de perfil, em que foi utilizado somente o expoente α . Os coeficientes de arrasto dos perfis otimizados a partir da equação (4) apresentaram uma grande proximidade com os de Kraiko et al. (2003), com uma diferença relativa média de 0,8%.

FIGURA 5 – MODELOS DE CURVAS UTILIZADOS POR BERTOLDO: LEI DE POTÊNCIA (EM PRETO), LEI DE POTÊNCIA COM FACE PLANA E TRANSIÇÃO SUAVE (EM AZUL) E TRANSIÇÃO NÃO SUAVE (EM VERMELHO)



FONTE: Adaptado de Bertoldo (2014).

Brahmachary, Natarajan e Sahoo (2018) realizaram a otimização multiobjetivo do perfil geométrico axissimétrico de um cone nasal em regime hipersônico. As otimizações multiobjetivo consistiam na minimização do coeficiente de arrasto e na maximização do coeficiente balístico β , que representa a razão entre a massa K do corpo e o produto do coeficiente de arrasto C_D com a área A_T do corpo transversal ao escoamento (BERMAN, 1967), matematicamente expresso como

$$\beta = \frac{K}{C_D A_T} \quad (5)$$

O coeficiente balístico pode ser entendido como a capacidade de um projétil em atravessar o ar, em que a massa impõe uma relação com a energia do mesmo para cortar o ar ao longo da sua trajetória e o coeficiente de arrasto é a resistência aerodinâmica à sua passagem. Assim, um alto coeficiente balístico indica que o corpo voará por mais tempo antes de cair, terá uma menor tendência a desvios de trajetória e que a sua energia cinética é elevada em relação a um corpo com baixo β (SPOMER, 2017). Brahmachary, Natarajan e Sahoo (2018) propuseram uma metodologia de otimização mista, utilizando um *solver* de baixa fidelidade para fornecer uma estimativa inicial para o *solver* de alta fidelidade (que é mais custoso computacionalmente, porém mais preciso). Tal abordagem reduz consideravelmente o tempo de otimização total (BRAHMACHARY; NATARAJAN; SAHOO, 2018). A metodologia de otimização se assemelha a de Sahai, John e Natarajan (2014), porém utilizou-se o modelo de Euler para continuar a otimização após a convergência da forma otimizada ter sido obtida com a teoria modificada de Newton.

Oliveira Júnior (2018) realizou otimizações de perfis de narizes de foguete para a minimização do coeficiente de arrasto empregando as equações de Euler como modelo matemático, as quais foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes Finitos e refinadas com o uso de Multiextrapolação de Richardson (MARTINS et al., 2013; ERTURK et al., 2004, citados por OLIVEIRA JÚNIOR, 2018). Para a representação do contorno, o autor realizou a interpolação de pontos discretos por meio do polinômio cúbico monotônico por partes de Fritsch e Carlson (1980). O autor destaca que ao se utilizar esse polinômio, as variáveis de projeto são pontos que pertencem à curva, facilitando a otimização (OLIVEIRA JÚNIOR, 2018). A respeito do algoritmo de otimização, Oliveira Júnior (2018) usou o algoritmo determinístico TRUST-NCG da biblioteca Scipy, com conjuntos de uma, duas, quatro e oito variáveis de projeto. As suas variáveis de projeto foram as coordenadas radiais de pontos. Esses pontos foram distribuídos axialmente por meio de uma equação que os concentrava na região frontal do nariz de foguete. Seus resultados indicaram que quanto maior o número de variáveis de projeto, melhor é a representação do perfil e mais detalhes ele contém. Isso influencia positivamente na minimização do coeficiente de arrasto e negativamente no tempo computacional. Os coeficientes de arrasto dos perfis ótimos obtidos por Oliveira Júnior (2018), principalmente com oito variáveis de projeto, ficaram próximos aos obtidos por Kraiko et al. (2003), com diferenças menores que 1%.

Analisando-se esses trabalhos, percebe-se que o uso de otimização numérica permite a obtenção de geometrias otimizadas mesmo para modelos matemáticos mais complexos, como os modelos de Euler e de Navier-Stokes. Um dos problemas da otimização numérica está no tempo de otimização que, dependendo do nível de refino da malha e tolerância da otimização, pode demorar muito tempo. Porém, como visto, alguns autores já desenvolveram metodologias que auxiliam na redução do tempo, como o uso de otimização mista (modelo matemáticos simplificados seguidos por modelos de alta fidelidade), uso de Multiextrapolação de Richardson e o uso de poucas variáveis de projeto. Nesta dissertação mais estudos que permitem a redução do tempo de otimização serão apresentados.

1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo principal desta dissertação consiste em determinar o perfil de um nariz de foguete com razão de aspecto dois que possui coeficiente de arrasto mínimo quando sujeito a um escoamento supersônico com número de Mach igual a três.

Considerando-se esse objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- verificar a solução numérica do código SU2;
- validar o modelo matemático de Euler para escoamentos supersônicos sobre cones;
- estudar a influência do tamanho da população no resultado das otimizações;
- avaliar o desempenho de diferentes algoritmos de otimização no problema em questão;
- realizar as otimizações do nariz de foguete utilizando diferentes níveis de refino da malha e diferentes números de pontos de otimização;
- determinar a geometria ótima do nariz de foguete.

Com esse trabalho espera-se contribuir com estudos de algoritmos de otimização eficazes para o problema em questão, do efeito do número de variáveis de projeto e do uso de diferentes malhas no resultado da otimização.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta-se estruturado em seis capítulos. No capítulo dois, Fundamentação Teórica, são apresentados conceitos importantes para o entendimento deste trabalho, contando com explicações sobre o arrasto e o coeficiente de arrasto, sobre os regimes de escoamento e representações clássicas de escoamentos supersônicos e hipersônicos. Além disso, contém informações sobre métodos de otimização.

No capítulo três são apresentados os modelos físico e matemático que governam o escoamento abordado neste relatório, bem como a sua aproximação numérica. É apresentado também a verificação da solução numérica e a validação do modelo matemático de Euler para representar o escoamento supersônico deste trabalho.

No capítulo quatro, Metodologia de Otimização, é apresentada a metodologia que foi utilizada para se obter as formas otimizadas. Os resultados das otimizações são apresentados no capítulo cinco, onde também são apresentadas comparações com as otimizações de outros autores. Por fim, o capítulo seis apresenta a conclusão desta dissertação.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, abordam-se pontos importantes para auxiliar no entendimento deste trabalho, com informações sobre as características geométricas do nariz e sobre a força de arrasto. Apresentam-se ainda conceitos de mecânica dos fluidos e de otimização.

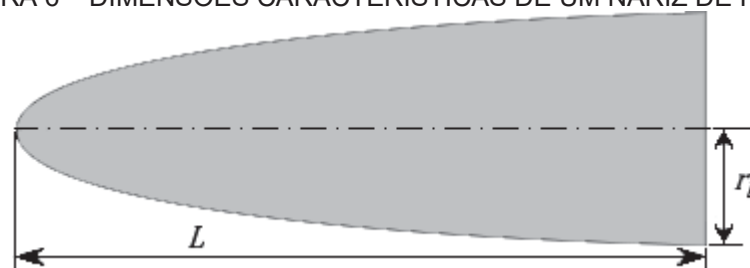
2.1 NARIZ DE FOGUETE

O nariz é o componente frontal de foguetes, sendo geralmente modelado como um corpo axissimétrico com razão de aspecto f_r , sendo essa a razão entre o comprimento e o diâmetro da base do corpo, dada pela expressão

$$f_r = \frac{L}{2r_b}, \quad (6)$$

em que L é o comprimento do corpo e r_b é o raio da base, ilustrados na FIGURA 6. O nariz de foguete empregado neste trabalho possui razão de aspecto dois, com comprimento de dois metros e raio de base de 0,50 metro. O termo razão de aspecto também é conhecido como *length-to-diameter ratio* e *fineness ratio*.

FIGURA 6 – DIMENSÕES CARACTERÍSTICAS DE UM NARIZ DE FOGUETE



FONTE: O autor (2021).

2.2 ARRASTO E COEFICIENTE DE ARRASTO

Arrasto é a força que atua no sentido oposto ao movimento de um corpo se deslocando através de um fluido, devido à resistência aerodinâmica à sua passagem (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 104). O arrasto de um corpo é função de seu tamanho e forma, das características de sua superfície, da sua velocidade, da sua qualidade

superficial, da massa específica e da viscosidade do meio em que este se move, e do seu ângulo de ataque (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 104). No caso de foguetes, ângulo de ataque é o ângulo entre o eixo longitudinal do foguete e a direção de voo (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 104), podendo ser aproximado como zero para foguetes que seguem trajetórias balísticas.

O arrasto total D de um corpo se movendo através de um fluido com massa específica ρ_∞ , a uma velocidade de magnitude V_∞ , é dado por

$$D = \frac{1}{2} \rho_\infty C_D A_T V_\infty^2, \quad (7)$$

onde A_T é a área de referência, usualmente dada como a área da seção transversal (à direção do escoamento) de maior diâmetro, e C_D é o coeficiente de arrasto (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 104).

O coeficiente de arrasto C_D é um parâmetro adimensional utilizado para quantificar o arrasto em um objeto devido ao escoamento de fluido. Esse coeficiente depende, dentre outros fatores, do formato do objeto e do número de Mach do escoamento a que ele está sujeito (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 664). O coeficiente de arrasto é matematicamente expresso para escoamentos invíscidos como

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 A_T} \int_S (p - p_\infty) \cos \theta_n dA, \quad (8)$$

onde p_∞ é a pressão do fluido, p indica a pressão ao longo da superfície (S) do corpo e θ_n é o ângulo entre a normal de um elemento de área superficial e a direção do escoamento. O subscrito ∞ indica propriedade referente à corrente livre.

2.3 NÚMERO DE MACH

O número de Mach M é definido como a razão entre a velocidade do fluido e a velocidade local do som, matematicamente expresso como

$$M = \frac{V}{a}, \quad (9)$$

onde V é a velocidade do fluido e a a velocidade local do som (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 39). A velocidade do som em um meio com temperatura T e razão de calores específicos γ é dada por

$$a = \sqrt{\gamma R_G T}, \quad (10)$$

em que R_G é a constante do gás. Essa equação é válida para gases termicamente perfeitos, e também para gases caloricamente perfeitos (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 570).

Escoamentos com números de Mach menores que um são nomeados escoamentos subsônicos e com números de Mach maiores que um são escoamentos supersônicos. Escoamentos com número de Mach igual a um estão se movendo exatamente à velocidade do som (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 49). Além disso, escoamentos com números de Mach entre 0,8 e 1,2 são comumente denominados de escoamentos transônicos e escoamentos com $M > 5$ são conhecidos como escoamentos hipersônicos (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 65-67). No caso de escoamentos hipersônicos, outras definições não o relacionam a um número de Mach específico, assim o definindo como um regime em que certos fenômenos físicos se tornam mais expressivos no escoamento e o início de reações químicas entre o fluido e o objeto (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 67). Nas próximas subseções são fornecidas mais informações sobre os regimes de escoamento. O nariz de foguete estudado neste trabalho está sujeito a um escoamento com número de Mach três, assim ele se encontra no regime supersônico.

2.3.1 Escoamento subsônico

Escoamento subsônico é o regime de escoamento que ocorre quando o número Mach em todo o escoamento é menor que um, ou seja, a velocidade do escoamento é menor que a velocidade do som em todo o domínio. Esse tipo de escoamento é caracterizado por variação contínua de suas propriedades e linhas de corrente sem descontinuidades. Na presença de um objeto, as linhas de corrente se defletem previamente ao seu encontro (ANDERSON JÚNIOR, 2003, p. 15), como ilustrado na FIGURA 7.

FIGURA 7 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO SUBSÔNICO

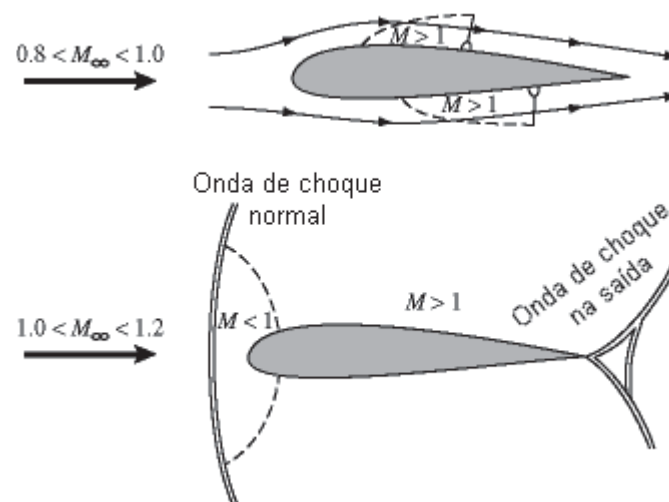


FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2017, p. 66).

2.3.2 Escoamento transônico

Se o número de Mach no infinito (região não perturbada pela presença de um corpo) for próximo de um, o escoamento pode formar regiões localmente supersônicas, conforme ilustrado na FIGURA 8. Tais escoamentos são definidos como transônicos (ANDERSON JÚNIOR, 2003, p. 17).

FIGURA 8 – REPRESENTAÇÕES DE ESCOAMENTOS TRANSÔNICOS



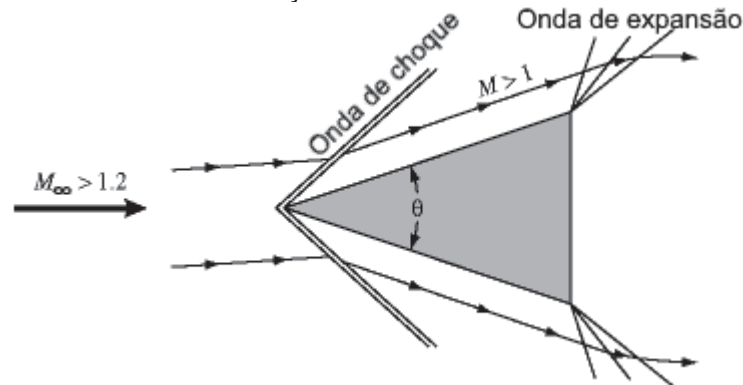
FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2017, p. 66).

Nesse regime, ocorre a formação de ondas de choque, regiões onde há descontinuidades e, algumas vezes, mudanças bruscas nas propriedades do escoamento, resultando no aumento do número de Mach e reduções da pressão, da temperatura e da massa específica do fluido. De modo geral, as ondas de choque formam um ângulo oblíquo em relação à direção do escoamento. Em casos especiais, como escoamentos sobre geometrias rombudas, pode-se formar um tipo especial de onda de choque oblíqua conhecida como onda de choque normal. Esse tipo especial se caracteriza pela inclinação de 90° em relação à direção do escoamento na região da dianteira do objeto (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 562).

2.3.3 Escoamento supersônico

Quando o número de Mach em todo o escoamento é maior do que um, o escoamento é chamado de supersônico. No escoamento supersônico, a onda de choque é deslocada para a dianteira do corpo, formando um choque oblíquo. Ao passar pelo choque, o escoamento sofre uma mudança brusca de direção, não ocorrendo mais a deflexão prévia das linhas de corrente ao encontro com o objeto (ANDERSON JÚNIOR, 2003, p. 17), conforme pode ser observado na FIGURA 9. Através das ondas de expansão, também ilustradas na figura, o número de Mach aumenta enquanto a pressão, a temperatura e a massa específica do fluido diminuem.

FIGURA 9 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO

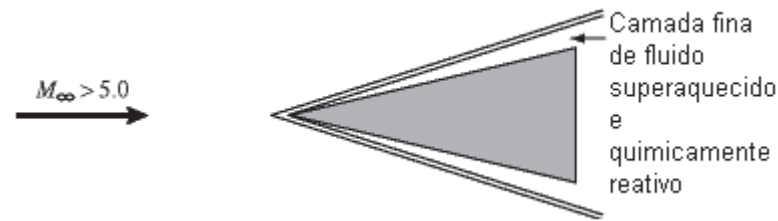


FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2017, p. 66).

2.3.4 Escoamento hipersônico

Conforme o número de Mach aumenta, a onda de choque oblíqua se aproxima da superfície do corpo, ao mesmo tempo em que as mudanças de propriedades do escoamento (como temperatura, pressão e massa específica) ao passar pela onda de choque se tornam mais bruscas. Para $M > 5$, a onda de choque se encontra muito próxima à superfície, e o fluido que se encontra entre o corpo e o choque se torna muito quente e quimicamente reativo, dissociando-se ou até mesmo ionizando-se, como ilustrado na FIGURA 10. Tais escoamentos são chamados de escoamentos hipersônicos (ANDERSON JÚNIOR, 2003, p. 17-18).

FIGURA 10 – REPRESENTAÇÃO DE UM ESCOAMENTO HIPERSÔNICO



FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2017, p. 66).

2.4 LEI DE PRESSÃO DE NEWTON

Isaac Newton escreveu em seu livro *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* uma teoria que posteriormente foi utilizada para formular uma equação para a força atuando sobre um plano inclinado se movendo em um fluido, conhecida como a Lei de Pressão de Newton. Essa equação indica que a força varia com o quadrado do seno do ângulo de deflexão do fluido (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 54).

Newton modelou o escoamento como sendo composto de partículas se movendo em movimento retilíneo. Assumiu-se que o escoamento era uniforme e discreto, sem interação entre as partículas. Ao se colidirem com a superfície de um objeto, as partículas perdem todo o seu momento normal à superfície, porém sem perda de momento tangencial à mesma, fazendo com que as partículas se movam tangencialmente à superfície (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 54).

Para um fluido, se movendo com velocidade V_∞ , colidindo com uma superfície de área A inclinada a um ângulo θ em relação a direção do escoamento livre tem-se que (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 54)

$$\text{Mudança na velocidade normal} = V_\infty \sin \theta \quad (11)$$

$$\text{Fluxo de massa incidente na superfície} = \rho_\infty V_\infty A \sin \theta, \quad (12)$$

onde ρ_∞ é a massa específica do fluido.

Pela Segunda Lei de Newton, tem-se que a força (F) atuando na superfície é igual ao produto do fluxo de massa pela mudança na velocidade normal, ou seja,

$$F = \rho_\infty V_\infty^2 A \sin^2 \theta \quad (13)$$

A equação (13) pode também ser reescrita em unidades de pressão,

$$\frac{F}{A} = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \sin^2 \theta \quad (14)$$

A ciência moderna reconhece que a pressão estática de um fluido é devida ao movimento aleatório das partículas. Como Newton assumiu que as partículas não interagem entre si, o valor de F/A deve ser interpretado como a diferença de pressão em relação à pressão estática p_{∞} , logo

$$p - p_{\infty} = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \sin^2 \theta,$$

ou

$$\frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2} = 2 \sin^2 \theta, \quad (15)$$

que pode ser reescrita utilizando a definição de coeficiente de pressão C_p (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 55),

$$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2} \quad (16)$$

Assim, obtém-se a Lei de Pressão de Newton (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 55)

$$C_p = 2 \sin^2 \theta \quad (17)$$

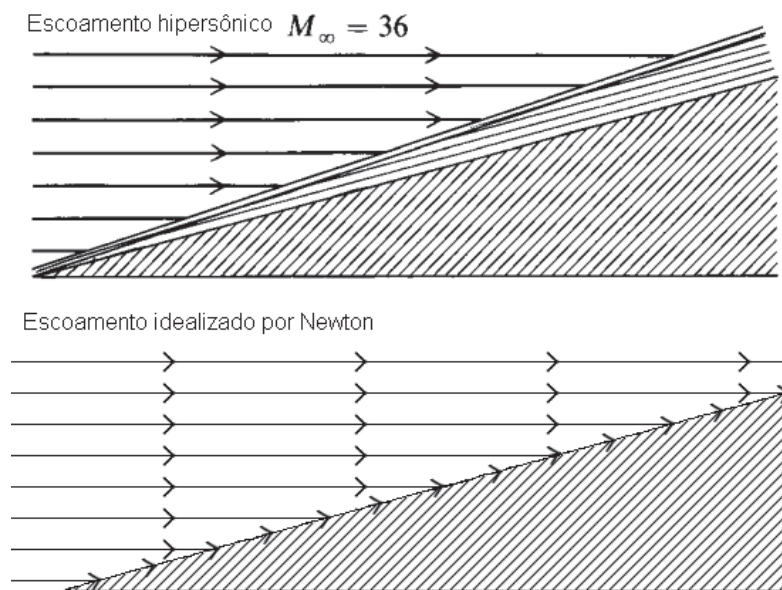
No caso de colisões elásticas entre as partículas e o objeto, tem-se que (HOERNER, 1965, p. XIX-13)

$$C_p = 4 \sin^2 \theta \quad (18)$$

A Lei de Pressão de Newton no geral não apresenta resultados realistas para baixos números de Mach (como pode ser observado na FIGURA 12). Contudo, para escoamentos hipersônicos ela apresenta uma boa aproximação da pressão

superficial, mais precisamente para $M_\infty \rightarrow \infty$ e razão de calores específicos $\gamma \rightarrow 1$ (ANDERSON JÚNIOR, 2003, p. 559-560). Isso deve-se ao fato de que as linhas de corrente do escoamento idealizado por Newton se aproximam das linhas de corrente de escoamentos hipersônicos, onde o escoamento após a passagem pela fina onda de choque se move tangencialmente à superfície (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 55-56), como pode ser observado na FIGURA 11.

FIGURA 11 – COMPARAÇÃO DO ESCOAMENTO HIPERSÔNICO COM O ESCOAMENTO IDEALIZADO POR NEWTON

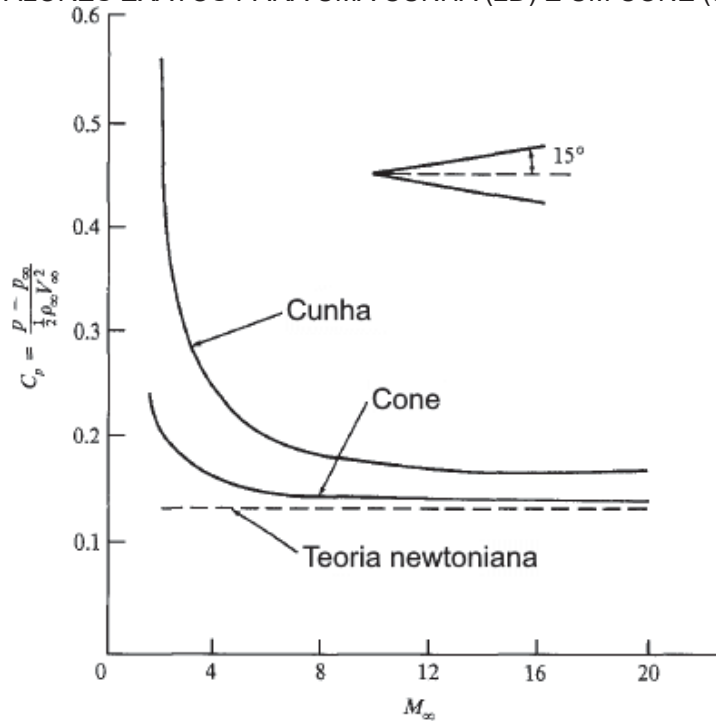


FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2017, p. 6, p. 878).

Anderson Júnior (2003, p. 564-565) adiciona que a Lei de Pressão de Newton apresenta melhores resultados em geometrias tridimensionais do que bidimensionais. Uma comparação do coeficiente de pressão de Newton com valores exatos é apresentada na FIGURA 12. Observa-se nessa figura que para números maiores de Mach o resultado da Lei de Pressão de Newton se aproxima dos valores exatos da geometria tridimensional.

Na sequência são apresentadas duas modificações da Lei de Pressão de Newton.

FIGURA 12 – COMPARAÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO DA TEORIA NEWTONIANA COM VALORES EXATOS PARA UMA CUNHA (2D) E UM CONE (3D)



FONTE: Adaptado de Anderson Júnior (2003, p. 564).

2.5 LEI DE NEWTON MODIFICADA

Lees (1955) propôs uma modificação para a teoria newtoniana, a qual ficou conhecida como “Lei de Pressão Modificada” ou “Lei de Newton Modificada” (em inglês, *Modified Newtonian Law*). Em sua proposta tem-se que

$$C_p = C_{p_{m\acute{a}x}} \sin^2 \theta, \quad (19)$$

onde $C_{p_{m\acute{a}x}}$ é o valor máximo do coeficiente de pressão, localizado no ponto de estagnação atrás da onda de choque normal, sendo calculado pela seguinte equação (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 61-62):

$$C_{p_{m\acute{a}x}} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left\{ \left[\frac{(\gamma + 1)^2 M_\infty^2}{4\gamma M_\infty^2 - 2(\gamma + 1)} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \left[\frac{1 - \gamma + 2\gamma M_\infty^2}{\gamma + 1} \right] - 1 \right\} \quad (20)$$

Para $\gamma = 1$ e $M_\infty \rightarrow \infty$ tem-se que $C_{p_{m\acute{a}x}}$ tende ao valor dois. Logo, a Lei de Pressão de Newton pode ser obtida a partir da Lei de Newton modificada no limite em

que $M_\infty \rightarrow \infty$ e $\gamma = 1$ (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 62). Para $\gamma = 1,4$, tem-se que $C_{p_{máx}} = 1,839$ com $M_\infty \rightarrow \infty$.

Segundo Anderson Júnior (2006, p. 62), a predição da distribuição de pressão para corpos arredondados com a teoria de Newton modificada é mais precisa que a Lei de Pressão de Newton. De acordo com Lees (1955), a Lei de Newton modificada resulta em resultados precisos para números de Mach acima de dois.

2.6 LEI DE NEWTON COM CORREÇÃO DE BUSEMANN

Adolf Busemann desenvolveu em 1933 uma correção para a Lei de Pressão de Newton para considerar os efeitos das forças centrífugas sobre geometrias curvas. Com sua modificação, o coeficiente de pressão em um ponto da geometria é o coeficiente de pressão newtoniano com a adição da correção da força centrífuga, possuindo a seguinte equação (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 67):

$$C_p = 2 \sin^2 \theta + 2 \left(\frac{d\theta}{dz} \right) \sin \theta \int_0^z \cos \theta \, dz \quad (21)$$

onde z é a coordenada vertical.

Para corpos axissimétricos, a equação (21) pode ser reescrita como (ANDERSON JÚNIOR, 2006, p. 67):

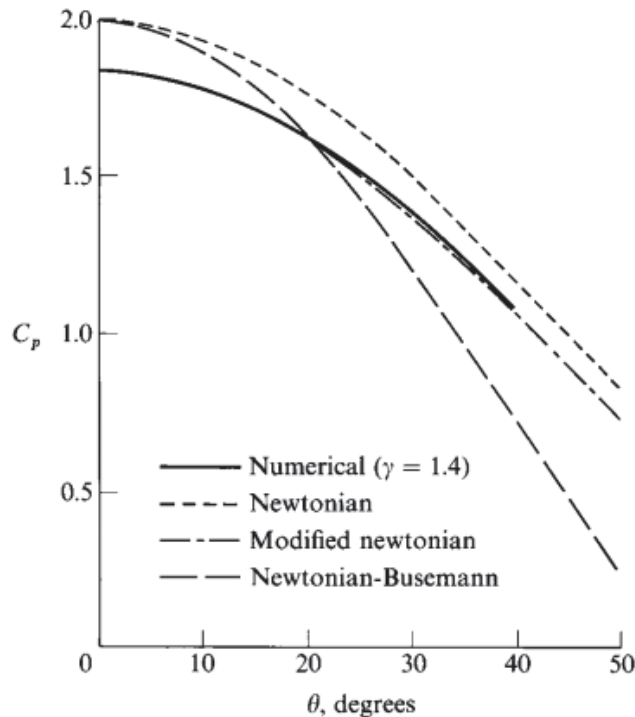
$$C_p = 2 \sin^2 \theta + 2 \left(\frac{d\theta}{dy} \right) \frac{\sin \theta}{y} \int_0^y y \cos \theta \, dy \quad (22)$$

A presença da integral na equação (22) para o cálculo do coeficiente de pressão faz com que o método não dependa somente da inclinação local do ponto de cálculo, mas também da geometria do corpo anterior ao ponto. Nessa equação y representa a coordenada radial.

Embora a correção seja válida do ponto de vista físico do problema, os resultados obtidos com essa teoria são qualitativa e quantitativamente incorretos, conforme descrito por Anderson Júnior (2006, p. 68-69) e exemplificados na FIGURA 13, em que comparações das teorias de Newton com valores numéricos exatos são apresentadas. Nota-se que a Lei de Newton com correção de Busemann apresenta o

maior erro em relação aos valores numéricos. Esse comportamento também foi relatado por Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957, p. 6).

FIGURA 13 – COMPARAÇÃO DAS DIFERENTES LEIS DE PRESSÃO COM RESULTADOS NUMÉRICOS EXATOS PARA ESCOAMENTO EM MACH INFINITO SOBRE UM CILINDRO



FONTE: Anderson Júnior (2006, p. 69).

2.7 OTIMIZAÇÃO

Todos os métodos de otimização buscam obter o mínimo ou máximo de funções objetivo, podendo ser uma otimização multiobjetivo ou de objetivo único. As variáveis que estão sendo otimizadas são chamadas de variáveis de projeto, as quais podem ou não possuir restrições que limitam o conjunto de possíveis soluções (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019, p. 6-7).

Existem dois grupos principais que caracterizam os métodos de otimização: determinísticos e estocásticos. Os métodos determinísticos se baseiam no uso de derivadas para encontrar o ótimo de uma função, onde as derivadas são utilizadas para ajudar na escolha da direção de busca do mínimo ou máximo (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019, p. 13). Esses métodos são geralmente utilizados em problemas sem ótimos locais, pois os métodos determinísticos são sempre otimizadores locais de uma função $f(x)$, ou seja, encontram um conjunto de

valores x^* que minimizam ou maximizam a função localmente (GOLDBERG, 1989). Assim, métodos determinísticos param o processo de otimização ao encontrarem um ponto com derivada da função tendendo a zero, seja este um ótimo global ou local.

Por sua vez, os métodos estocásticos são mais utilizados em problemas com múltiplos ótimos locais devido à natureza randômica desses métodos, geralmente fazendo com que o algoritmo de otimização não fique preso nos mínimos ou máximos locais, assim convergindo para o ótimo global. Também são preferidos em problemas em que o cálculo do gradiente da função objetivo é complexo. Isso torna esses métodos mais robustos e eficazes em problemas complexos em relação aos métodos determinísticos convencionais (GOLDBERG, 1989).

Uma ideia comum de se pensar é que um algoritmo de otimização é melhor que outro, o que não é verdade. Os algoritmos de otimização são fortemente dependentes do problema a ser otimizado, de acordo com o teorema *no free lunch* de Wolpert e Macready. Assim, não há razão em se preferir um algoritmo sobre outro, a menos que se conheça o desempenho do mesmo em problemas semelhantes ou da mesma classe (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019, p. 6).

Algoritmos bioinspirados fazem parte dos métodos estocásticos. Para resolver os problemas de otimização, esses algoritmos se baseiam no comportamento de espécies biológicas e no uso de teorias evolutivas que descrevem o desenvolvimento das espécies (DARWISH, 2018), utilizando conceitos de seleção natural, isto é, seleção dos indivíduos mais adaptados de uma população (GOLDBERG, 1989). Diversos métodos também utilizam os princípios de mutação e combinação de indivíduos. Os algoritmos genéticos são os algoritmos bioinspirados fundamentados nas teorias evolutivas.

A implementação de algoritmos de otimização vem sendo realizada por diversos autores para resolver os mais diversos problemas, o que resultou no surgimento de pacotes computacionais de alta qualidade. O uso de tais códigos e bibliotecas permite a aplicação rápida de um algoritmo de otimização com implementação assegurada, ou seja, sem erros de código. Dentre os pacotes computacionais mais populares (RAMÍREZ; SIMONS, 2017), podem-se mencionar as bibliotecas DEAP, Inspyred, jMetal, NiaPy, PlatEMO, Platypus, Pygmo/Pagmo e Scipy. Dessas bibliotecas mencionadas, foi utilizada a biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020) nesta dissertação, em que foram empregados alguns de seus algoritmos

estocásticos e determinísticos. Essa biblioteca é desenvolvida pela equipe de Conceitos Avançados da Agência Espacial Europeia.

Os algoritmos de otimização estocásticos utilizados nesta dissertação são algoritmos de Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*), versão original e variantes, e o algoritmo de Estratégia Evolutiva com Adaptação da Matriz de Covariância (CMA-ES, do inglês, *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*).

Os algoritmos de Evolução Diferencial otimizam um problema gerando uma população de indivíduos, que são os candidatos a solução do problema, e a cada iteração, ou geração, eles são combinados entre si para gerarem novos indivíduos. Há diversas formas de realizar essa combinação, sendo que no geral elas se baseiam em adicionar a diferença ponderada de dois indivíduos da população a um terceiro indivíduo (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005). As duas principais variações são “*best*” e “*rand*”, em que na primeira a diferença ponderada entre as variáveis de projeto de dois indivíduos aleatórios são acrescentadas no melhor indivíduo da população, enquanto na variante “*rand*” são acrescentadas em um indivíduo aleatório. Após a criação deste terceiro indivíduo, ainda é realizada a combinação (crossover) deste com o indivíduo base. Caso um novo indivíduo possua desempenho melhor do que o indivíduo original, ele é incorporado na população. Este procedimento é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada (PRICE; STORN; LAMPINEN, 2005).

O algoritmo de otimização CMA-ES é considerado estado da arte, em computação evolucionária, para otimizações de objetivo único (MELO, 2019) e também é considerado como um dos algoritmos mais competitivos e bem-sucedidos para problemas de otimização global sem uso de gradientes (HANSEN, 2006). Nessa estratégia são utilizadas informações de gerações anteriores para modificar uma matriz de covariância, que é utilizada na distribuição das mutações de uma população (MELO, 2019). A matriz de covariância é atualizada a cada geração com o intuito de aumentar a probabilidade de gerar indivíduos com bom desempenho em relação a função objetivo. O uso da matriz de covariância pelo algoritmo CMA-ES faz com que o método seja de segunda ordem, trazendo mais conhecimento da função objetivo para o algoritmo (HANSEN, 2014).

3 MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO

Neste capítulo é apresentado o modelo físico adotado para representar o escoamento externo abordado nesta dissertação. Além disso, são apresentados os modelos matemático e numérico, as condições de contorno e a aproximação numérica do cálculo do coeficiente de arrasto. Por fim, é apresentado o estudo de verificação e validação realizado com o código SU2.

3.1 MODELO FÍSICO

Para o escoamento supersônico sobre o nariz de foguete são adotadas as seguintes hipóteses:

- ausência de efeitos viscosos;
- ausência de transferência de calor do fluido para a superfície do nariz de foguete;
- escoamento com simetria axial;
- escoamento em regime permanente; e
- fluido de trabalho é o ar, compressível e não reativo.

3.2 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático de Euler em sua forma bidimensional axissimétrica modela o escoamento invíscido, compressível e sem transferência de calor descrito no modelo físico. Pode-se representar as equações de Euler por (HIRSCH, 2007)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F^c(U) = 0, \quad (23)$$

em que U é o vetor das variáveis conservativas e F^c é o fluxo advectivo, representados por

$$U = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \vec{v} \\ \rho E \end{Bmatrix}, \quad F^c = \begin{Bmatrix} \rho \vec{v} \\ \rho \vec{v} \otimes \vec{v} + \bar{I}p \\ \rho E \vec{v} + p \vec{v} \end{Bmatrix}, \quad (24)$$

onde ρ significa a massa específica do fluido, \vec{v} é o vetor velocidade com componentes axial u e radial v , E é a energia total por unidade de massa e t é o tempo. Além disso, temos que p é a pressão, \bar{I} é uma matriz identidade 2x2 e \otimes representa o produto tensorial.

As equações do sistema de equações de Euler expressam a equação de conservação de massa, a equação de conservação de quantidade de movimento linear, e a equação de conservação de energia térmica.

Para o sistema de equações de quatro incógnitas (ρ , \vec{v} , p e E), se faz necessário assumir uma relação constitutiva ou equação de estado para o fluido. Assim, a equação de gás politrópico (HUGHES; FRANCA; MALLET, 1986) é utilizada, equação (25), e a equação de estado para gases ideais é empregada para obter a temperatura. Na equação (25) γ é a razão de calores específicos.

$$p = (\gamma - 1)\rho[E - 0,5(\vec{v} \cdot \vec{v})] \quad (25)$$

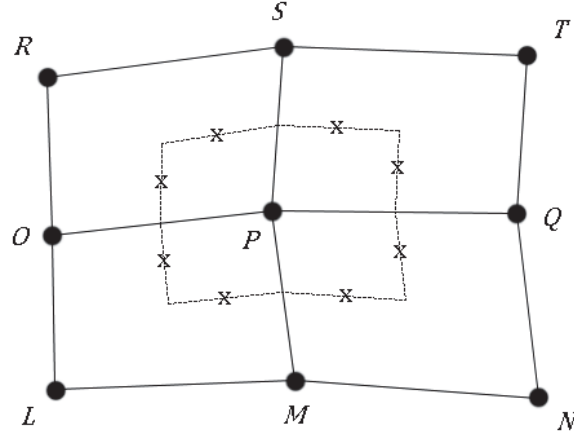
3.3 MODELO NUMÉRICO

Para realizar a solução numérica das equações de Euler é necessário a sua discretização em volumes de controle. No código SU2, as equações de Euler são discretizadas usando o Método dos Volumes Finitos em uma malha não estruturada baseada nos vértices (ECONOMON et al., 2016). A FIGURA 14 ilustra uma malha não estruturada com volumes de controle baseados nos vértices, como destacado pela linha tracejada representando o contorno do volume P . Na figura, as marcações x representam os centros das arestas do volume de controle. Guardone e Vigevano (2007) apresentam a discretização baseada nos vértices da equação governante em malhas não estruturadas para problemas axissimétricos, utilizando coordenadas cilíndricas. Palacios et al. (2013), por sua vez, apresenta a discretização para coordenadas cartesianas.

Antes de iniciar a discretização, Guardone e Vigevano (2007) multiplicam a equação (23) por y para remover a singularidade encontrada no divergente $\nabla \cdot F^c(U)$ quando $y = 0$, lembrando que $\nabla \cdot F^c(U)$ é igual a $\frac{\partial[F_x^c(U)]}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial[yF_y^c(U)]}{\partial y}$. Dessa forma, obtém-se

$$\frac{\partial(yU)}{\partial t} + \nabla \cdot (yF^c(U)) = 0 \quad (26)$$

FIGURA 14 – MALHA NÃO ESTRUTURADA BASEADA NOS VÉRTICES



FONTE: O autor (2021).

Integrando a equação (26) em um volume de controle arbitrário Ω tem-se

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(yU)}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (yF^c(U)) d\Omega = 0, \quad (27)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} yU d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (yF^c(U)) d\Omega = 0 \quad (28)$$

Prosseguindo com a aplicação do Teorema da Divergência de Gauss para a segunda integral, obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} yU d\Omega + \int_S y\vec{n} \cdot F^c(U) dS = 0, \quad (29)$$

em que S é a superfície do volume de controle arbitrário Ω e \vec{n} é o seu vetor normal. Aplicando-se a equação (29) para o volume de controle P e reescrevendo-se a equação, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_P} y U d\Omega_P + \int_{S_P} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0 \quad (30)$$

A primeira integral da equação (30) corresponde ao termo temporal e a segunda ao termo advectivo. Realizando a integral do termo temporal no espaço utilizando o Teorema do Valor Intermediário obtém-se

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \int_{S_P} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0, \quad (31)$$

onde

$$V_P^y = \int_{\Omega_P} y d\Omega_P \quad (32)$$

Pode-se avaliar a integral de superfície da equação (31) como

$$\int_{S_P} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = \sum_{k=1}^{na} \int_{S_{Pk}} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P + \int_{S_P^\partial} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P, \quad (33)$$

em que k é o índice do somatório, representando o número da aresta, e na é o número de arestas do volume de controle P compartilhadas com outros volumes. ∂ representa arestas sobre o contorno do domínio. O primeiro termo da direita representa o somatório das integrais em cada aresta do volume P , com exceção de arestas pertencentes ao contorno do domínio, as quais estão relacionadas com o segundo termo. Assim, com a substituição da equação (33) na equação (31), tem-se

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \sum_{k=1}^{na} \int_{S_{Pk}} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P + \int_{S_P^\partial} y \vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0 \quad (34)$$

Considerando-se que $F^c(U)$ é constante nas interfaces entre os volumes, tem-se

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \sum_{k=1}^{na} F_k^c \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0, \quad (35)$$

onde os subscritos P e k indicam que as variáveis são avaliadas no centro do volume P e no centro da aresta k . Além disso, tem-se que

$$v_k^y = \int_{S_{P_k}} y \vec{n} dS_P, \quad v_P^y = \int_{S_P^o} y \vec{n} dS_P \quad (36)$$

Prosseguindo com a integração no tempo do instante t a $t + \Delta t$ da equação (35)

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \sum_{k=1}^{na} F_k^c \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y \right) dt = 0 \quad (37)$$

Aplicando-se um esquema totalmente implícito e dividindo a equação obtida pelo intervalo de tempo Δt obtém-se

$$\frac{V_P^y}{\Delta t} (U_P - U_P^0) + \sum_{k=1}^{na} F_k^c \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0, \quad (38)$$

em que o sobrescrito 0 indica que a propriedade é avaliada no instante de tempo anterior.

A propriedade F_k^c da aresta é avaliada no ponto central de cada aresta pelo SU2, sendo que a propriedade na aresta é aproximada como o valor médio entre os volumes de controle que a compartilham. Essa abordagem se reduz ao esquema de diferenças centradas (CDS, do inglês, *Central Differencing Scheme*) para malhas cartesianas e possui segunda ordem de acurácia para malhas não estruturas com variação suave no tamanho dos volumes. Assim, reescrevendo-se a equação (38) com a aproximação mencionada, tem-se

$$\frac{V_P^y}{\Delta t} (U_P - U_P^0) + \sum_{k=1}^{na} \frac{F_P^c + F_{NB}^c}{2} \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0, \quad (39)$$

onde F_{NB}^c é a propriedade F^c do volume vizinho que compartilha a aresta k .

Dentre os diversos esquemas de interpolação disponíveis no código SU2, um deles é o esquema JST (JAMESON; SCHMIDT; TURKEL, 1981) para a aproximação do termo advectivo. Esse esquema adiciona um termo de dissipação artificial para reduzir oscilações e estabilizar os cálculos em problemas invíscidos. O termo de dissipação artificial funciona aplicando um fluxo difusivo à solução.

3.4 PROPRIEDADES FÍSICAS

O nariz de foguete estudado nesta dissertação está sujeito a um escoamento de ar supersônico com número de Mach (M_∞) igual à três, temperatura (T_∞) de 200 K e pressão (p_∞) de 4487,58 Pa. O nariz de foguete possui dois metros de comprimento (L) e um metro de diâmetro. As propriedades do fluido, do escoamento e geométricas do nariz de foguete utilizadas estão resumidas na TABELA 1.

TABELA 1 – PROPRIEDADES DO ESCOAMENTO E DA GEOMETRIA DO NARIZ DE FOGUETE

Parâmetro	Valor
Comprimento do nariz	2 m
Raio de base	0,5 m
Número de Mach	2
Velocidade axial	850,52 m/s
Temperatura	200 K
Razão de calores específicos	1,40
Constante do gás	287,058 J/kg.K
Pressão	4487,58 Pa

FONTE: O autor (2021).

A pressão foi calculada utilizando-se a equação

$$p_\infty = \frac{Re\mu_\infty R_G T_\infty}{M_\infty \sqrt{\gamma R_G T_\infty} L}, \quad (40)$$

fazendo-se o número de Reynolds $Re = 10^7$ e a viscosidade do fluido $\mu_\infty = 13,2962 \cdot 10^{-6}$ Pa.s, de acordo com Oliveira Júnior (2018, p. 47-48). A equação (40) foi obtida a partir da equação de estado para gases ideais, equação (41), em conjunto com as equações para cálculo do número de Reynolds e do número de Mach, equação (42) e equação (9), respectivamente. R_G é a constante do gás e V é a magnitude do vetor velocidade.

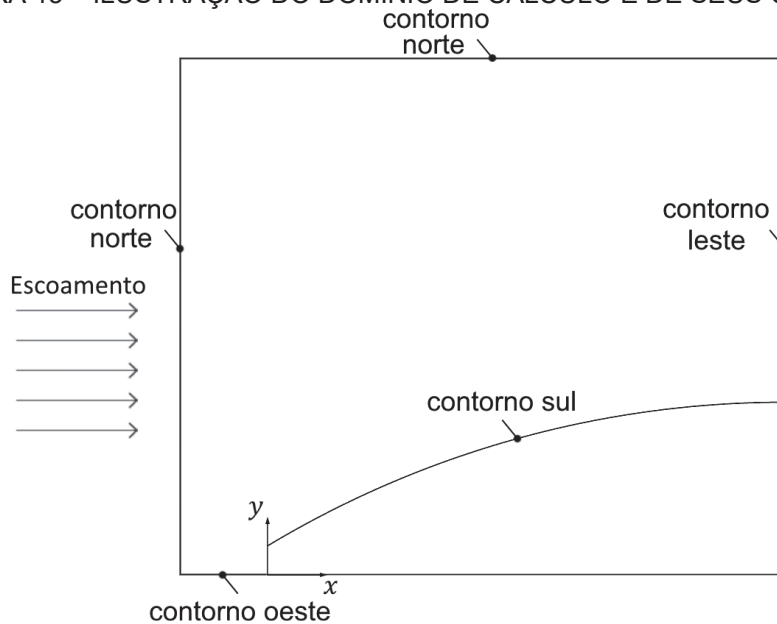
$$p = \rho R_G T, \quad (41)$$

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (42)$$

3.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHA

O domínio de cálculo e seus contornos são ilustrados esquematicamente na FIGURA 15, levando em conta a simetria axial do problema. “Escoamento” indica o sentido do escoamento, o eixo x representa a direção axial e o eixo y a direção radial.

FIGURA 15 – ILUSTRAÇÃO DO DOMÍNIO DE CÁLCULO E DE SEUS CONTORNOS



Assim, as condições de contorno são definidas e expressas matematicamente do seguinte modo:

- Contorno norte

As propriedades do fluido são as mesmas da corrente-livre, assim

$$u = u_{\infty}, \quad v = 0, \quad p = p_{\infty}, \quad T = T_{\infty}, \quad (43)$$

onde u e v são a velocidade axial e radial, p é a pressão e T é a temperatura. O subscrito ∞ indica propriedade referente à corrente livre.

- Contorno oeste

Este contorno está localizado sobre a linha de simetria, desse modo são tomadas condições de impermeabilidade, ou seja, não há fluxo de calor nem de fluido nas direções normais n ao contorno. Isso implica em

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (44)$$

- Contorno sul

São tomadas condições de parede adiabática (sem troca de calor) e deslizamento de fluido, pois neste trabalho trata-se o escoamento como invíscido, desse modo

$$\hat{n} \cdot \vec{v} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (45)$$

onde a primeira equação indica que o vetor velocidade \vec{v} é perpendicular ao vetor normal \hat{n} , ou seja, é paralelo à superfície do nariz de foguete.

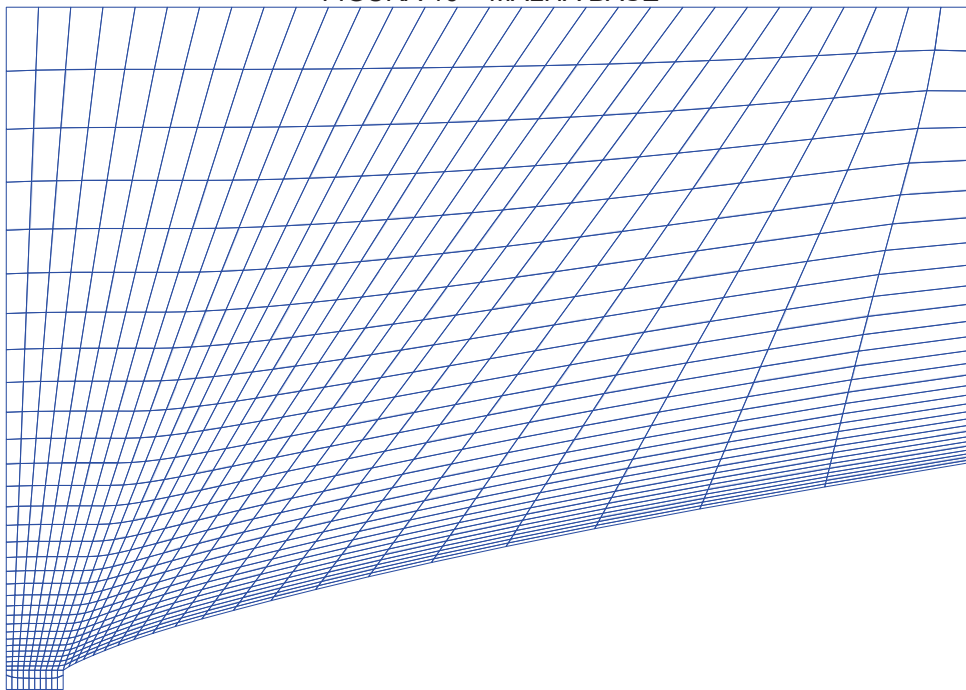
- Contorno leste

Para este contorno, que representa a saída do escoamento, as condições são extrapoladas a partir das propriedades à montante, pois em escoamentos supersônicos as propriedades não se propagam para o sentido contrário ao sentido escoamento. Dessa forma, pode ser utilizado

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (46)$$

Os códigos utilizados neste trabalho foram programados para gerar malhas baseadas na malha base da FIGURA 16. A malha base contém dois volumes na face frontal do nariz de foguete e 20 volumes em sua parede. Foi utilizada progressão geométrica para concentrar os volumes na região da quina do nariz. A linha de simetria contém dez volumes de controle e na saída do escoamento há 30 volumes. Assim, a malha base é formada por uma região com 30x30 volumes, sendo 30 volumes na direção axial e 30 na radial, e por uma outra região, na frente da face frontal do nariz de foguete, com 10x2 volumes, sendo dez volumes na direção axial e dois na direção radial.

FIGURA 16 – MALHA BASE

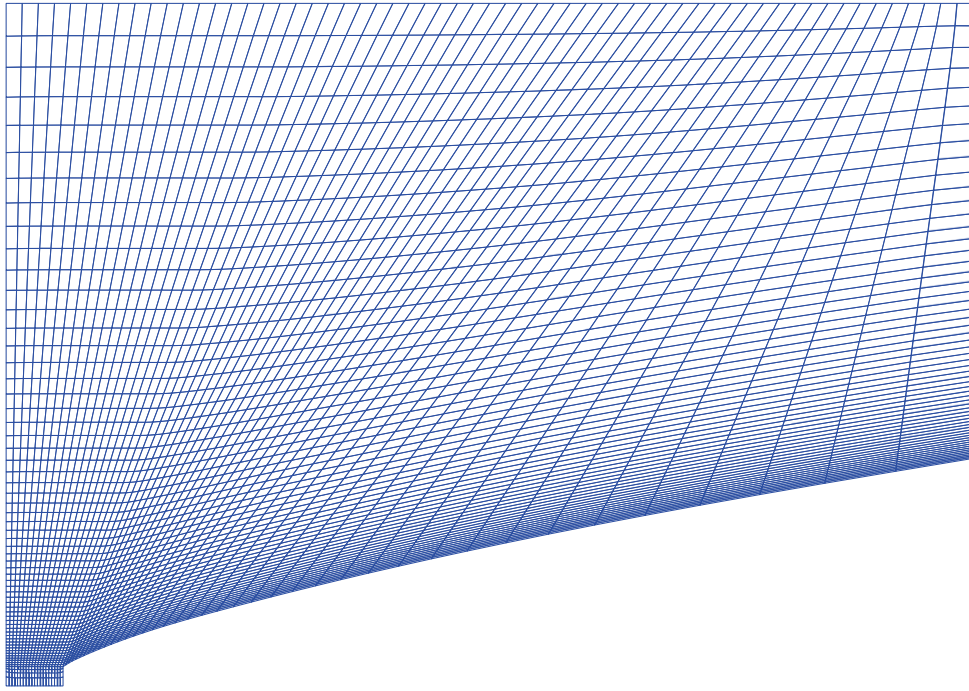


FONTE: O autor (2021).

O refino da malha foi realizado com o método de refino com progressão geométrica descrito por Marchi (2001, p. 227-229). A FIGURA 17 apresenta o primeiro nível de refino, malha m_2 , da malha base m_1 .

Outros tipos de malhas foram testados, mas muitas dessas malhas apresentavam problemas de convergência na simulação a partir da malha m_4 . Além disso, a onda de choque na região da quina do nariz de foguete fica melhor representada com a malha escolhida. No decorrer deste trabalho, foram mencionados apenas os números de volumes na região principal da malha, omitindo a quantidade de volumes na região na frente da face plana.

FIGURA 17 – PRIMEIRO NÍVEL DE REFINO DA MALHA BASE



FONTE: O autor (2021).

3.6 APROXIMAÇÃO PARA A VARIÁVEL DE INTERESSE

O coeficiente de arrasto de pressão C_D é a variável de interesse utilizada neste trabalho e foi definido na seção 2.2. A equação (8) define matematicamente o coeficiente e é reescrita aqui para facilitar a leitura:

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 A_T} \int_S (p - p_{\infty}) \cos \theta_n dA \quad (8)$$

A integral ao longo da superfície do cone pode ser aproximada pelo seguinte somatório:

$$\sum_{k=1}^{na} (p_k - p_{\infty}) A_{T_k}, \quad (47)$$

onde k é o índice do somatório, na é o número de arestas que compõem a superfície do nariz. p_k e A_{T_k} são a pressão no ponto central e a área transversal de uma aresta k . Lembrando que as propriedades são armazenadas nos vértices da malha, pode-se

avaliar a pressão p_k como a média entre as pressões nos vértices que formam a aresta k , assim

$$p_k = \frac{p_i + p_{i+1}}{2}, \quad (48)$$

em que i e $i + 1$ são os índices dos vértices que formam a aresta. A área transversal é calculada como a área de um círculo vazado com raio externo y_{i+1} e raio interno y_i , assim

$$A_{T_k} = \pi(y_{i+1}^2 - y_i^2) \quad (49)$$

Aplicando as equações (47), (48) e (49) na equação do coeficiente de arrasto, equação (8), pode-se reescrevê-la de forma discretizada como

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \pi r_b^2} \pi \sum_{i=1}^{nv-1} \left(\frac{p_i + p_{i+1}}{2} - p_\infty \right) (y_{i+1}^2 - y_i^2), \quad (50)$$

em que o subscrito ∞ indica propriedade referente à corrente livre, r_b é o raio de base do cone, nv é o número de vértices na superfície do cone e i é o índice do somatório. No somatório, o índice 1 representa a ponta do nariz. As pressões p_i são adquiridas do arquivo de saída do código SU2, e estão armazenadas no formato hexadecimal com precisão dupla. A equação (50) também pode ser obtida ao aplicar-se diretamente a Regra do Trapézio composta na equação (8).

Em um estudo prévio também foi avaliado o uso da Regra 1/3 de Simpson composta para a integração numérica da equação (8). Porém, a mesma não apresentou benefícios em relação à Regra do Trapézio e ainda possui a exigência de uma malha uniforme nos intervalos de integração devido à hipótese de que dos três pontos de um subintervalo de integração, um deles está localizado no meio dos outros dois.

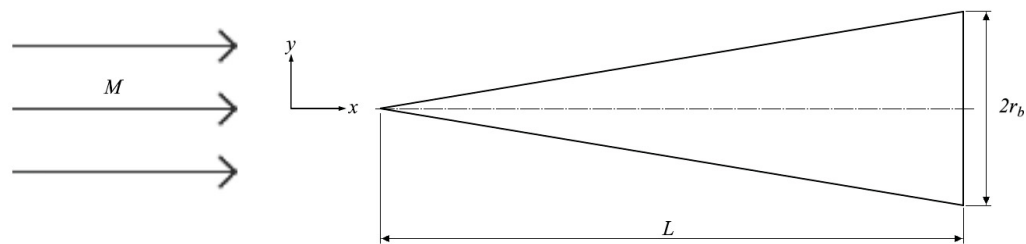
Na próxima seção são apresentadas a verificação da solução numérica e a validação do modelo matemático. Esses procedimentos foram realizados para o problema de escoamento supersônico sobre um cone.

3.7 VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO

A metodologia empregada na verificação e na validação consiste resumidamente na simulação do escoamento supersônico sobre um cone em malhas distintas e posterior análise dos erros, realização de estimativas e comparações da solução numérica da variável de interesse com resultado experimental.

O perfil do corpo cônico utilizado nas simulações está ilustrado na FIGURA 18, possuindo um comprimento L e raio de base r_b . As propriedades do fluido, do escoamento e as características geométricas do cone são baseadas no estudo experimental de Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957). Assim, a TABELA 2 apresenta os dados utilizados para o número de Mach de corrente livre M_∞ , temperatura T_∞ , razão de calores específicos γ_∞ e pressão p_∞ , juntamente com o comprimento e raio do cone.

FIGURA 18 – CORPO CÔNICO INSERIDO EM UM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO



FONTE: O autor (2021).

TABELA 2 – PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS E DO ESCOAMENTO UTILIZADAS NA VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO

Parâmetro	Valor
Comprimento do cone	0,0762 m (3")
Raio de base	0,0127 m (0,5")
Número de Mach	3,50
Velocidade axial	1215,3 m/s
Temperatura	300 K
Razão de calores específicos	1,40
Constante do gás	287,058 J/kg.K
Pressão	607950 Pa

FONTE: O autor (2021).

Verificação e validação são procedimentos utilizados para dar confiabilidade a uma solução numérica, indicando o quanto esta solução se aproxima da solução do modelo que está sendo resolvido pelo código e do resultado do fenômeno real. A

diferença entre a solução numérica ϕ e a solução analítica exata Φ é o erro numérico E_n (FERZIGER; PERIĆ; STREET, 2020, p. 62), composto principalmente pelos erros de truncamento E_h , de iteração E_i e de arredondamento E_π (ROACHE, 2009). Assim,

$$E_n = f(E_h, E_i, E_\pi) \quad (51)$$

$$E_n = \Phi - \phi \quad (52)$$

Neste trabalho, os erros de iteração foram minimizados ao se manter os processos iterativos até que eles atingissem o dobro do número de iterações necessárias para que o resíduo do sistema de equações de conservação de massa fosse menor ou igual a 10^{-14} . Erros de arredondamento foram minimizados ao se utilizar precisão dupla nos cálculos.

O procedimento de quantificar o erro numérico é chamado de Verificação e mede o quão bem o modelo matemático é resolvido numericamente. Geralmente não se conhece a solução analítica da maioria dos problemas reais de dinâmica dos fluidos. Assim, é realizada uma estimativa U_n do erro numérico utilizando-se uma estimativa da solução analítica ϕ_∞ ,

$$U_n = \phi_\infty - \phi \quad (53)$$

Como neste trabalho os erros de arredondamento e de iteração foram minimizados e, portanto, são desprezíveis, pode-se obter uma estimativa do erro de discretização com procedimentos *a posteriori*, que são realizados após obter-se a solução numérica do problema. O estimador GCI (do inglês, *Grid Convergence Index*) proposto por Roache (1994) quantifica a estimativa do erro da solução ϕ_F do seguinte modo:

$$U_{GCI}(\phi_F) = F_s \frac{|\phi_F - \phi_G|}{r^{p_{min}} - 1}, \quad (54)$$

em que ϕ_F é a solução da variável de interesse obtida na malha fina, ϕ_G é a solução obtida na malha grossa, r é a razão de refino entre as duas malhas tal que $r = h_G/h_F$, onde h_F e h_G são as métricas das malhas. F_s é o fator de segurança com valor igual a três para quando são utilizadas como base apenas duas malhas e igual a 1,25 quando

são utilizadas três malhas (MARCHI, 2001). Por fim, p_{\min} é o valor mínimo entre a ordem assintótica p_0 e a ordem aparente equivalente p_U^* do erro de discretização. A ordem assintótica depende da ordem das aproximações utilizadas na discretização, sendo que para aproximações de primeira ordem $p_0 = 1$ e para aproximações de segunda ordem $p_0 = 2$.

A ordem aparente equivalente é calculada por

$$p_U^*(h_F) = \frac{\log\left(\left|\frac{\phi_G - \phi_{SG}}{\phi_F - \phi_G}\right|\right)}{\log(r)}, \quad (55)$$

onde ϕ_{SG} é a solução obtida com a malha supergrossa.

Utilizando-se o estimador GCI, representa-se a solução numérica da seguinte forma:

$$\phi = \phi_F \pm U_{GCI}(\phi_F) \quad (56)$$

Além do estimador GCI, foram utilizados o estimador convergente e o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER) descrito por Martins (2013). O estimador convergente U_C (MARCHI, 2001) é dado por

$$U_C = \frac{|\phi_\infty(p_0) - \phi_\infty(p_U^*)|}{2}, \quad (57)$$

onde $\phi_\infty(p_0)$ e $\phi_\infty(p_U^*)$ são obtidas com a extrapolação de Richardson (RICHARDSON, 1910), sendo que a primeira solução utiliza a ordem assintótica e a segunda a ordem aparente equivalente para o cálculo da solução extrapolada ϕ_∞ . A extrapolação de Richardson é dada da seguinte forma para p_0

$$\phi_\infty(p_0) = \phi_F + \frac{\phi_F - \phi_G}{r^{p_0} - 1} \quad (58)$$

A solução $\phi_\infty(p_U^*)$ é calculada de maneira análoga a equação (58).

No método convergente, considera-se que a estimativa do erro da solução ϕ_C é dada pela “banda” de erro U_C . A solução ϕ_C é dada pela média

$$\phi_c = \frac{\phi_\infty(p_0) + \phi_\infty(p_U^*)}{2} \quad (59)$$

e a solução numérica é representada como

$$\phi = \phi_c \pm U_c \quad (60)$$

Validação é o termo usado para o procedimento de quantificar o erro de modelagem e mede o quão bem o modelo matemático representa o fenômeno físico. O erro em relação ao valor real R da solução é chamado de erro de modelagem E_{model} . Porém, como o valor real não é conhecido, utiliza-se o resultado experimental X para se estimar o erro de modelagem da solução numérica.

A Sociedade dos Engenheiros Mecânicos dos Estados Unidos (ASME, do inglês, *American Society of Mechanical Engineers*) elaborou a norma ASME V&V 20-2009 (ASME, 2009) para guiar os processos de verificação e validação nas áreas de dinâmica dos fluidos computacional e transferência de calor computacional. Assim, para se realizar a estimativa do erro de modelagem, a norma ASME V&V 20-2009 define as métricas erro de comparação (E_{comp}) e incerteza de validação padrão (U_{val}). Essas métricas estão relacionadas com o erro de modelagem por

$$E_{comp} - U_{val} \leq E_{model} \leq E_{comp} + U_{val} \quad (61)$$

Dessa forma, tem-se que o erro de modelagem está contido no intervalo $E_{comp} \pm U_{val}$. O erro de comparação é dado pela diferença entre a solução numérica ϕ e o resultado experimental X

$$E_{comp} = \phi - X \quad (62)$$

A métrica U_{val} é calculada por

$$U_{val} = \sqrt{U_{num}^2 + U_{input}^2 + U_{exp}^2} \quad (63)$$

onde U_{num} é a incerteza numérica padrão, U_{input} é a incerteza padrão dos dados de entrada da simulação e U_{exp} é a incerteza padrão do erro experimental. A norma ASME V&V 20-2009 define o uso do estimador GCI (ROACHE, 1994) para o cálculo da U_{num} da seguinte forma

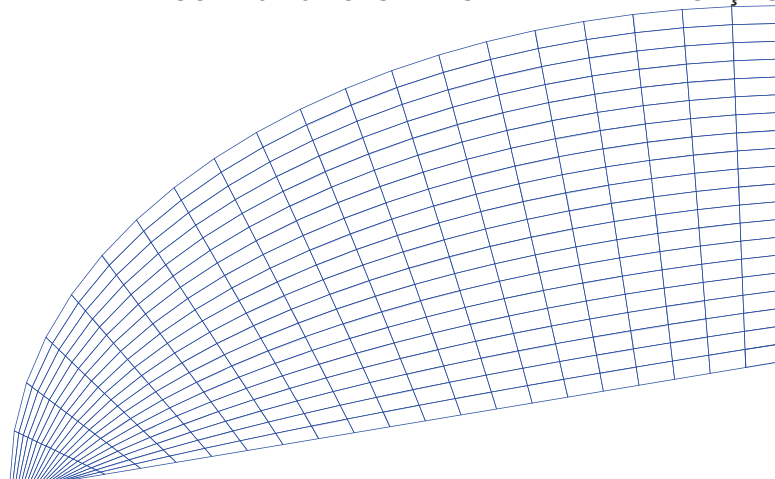
$$U_{num} = \frac{U_{GCI}}{k}, 1,1 \leq k \leq 1,15, \quad (64)$$

em que k é denominado fator de expansão. A norma também apresenta os procedimentos para o cálculo da U_{input} .

Foram geradas malhas com refino simultâneo em ambas as direções e utilizando uma malha base com 20x20 volumes, ilustrada na FIGURA 19. Assim, iniciando-se na malha base com 20 volumes em cada direção (20x20 volumes), divide-se cada um de seus volumes em quatro partes para a geração da segunda malha com 40 volumes em cada direção coordenada (40x40 volumes). Dessa forma, foram desenvolvidas as malhas com 20x20, 40x40, 80x80, 160x160, 320x320, 640x640, 1280x1280 e 2560x2560 volumes, as quais foram nomeadas, respectivamente, m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5 , m_6 , m_7 e m_8 .

As malhas foram geradas utilizando-se o código GMSH versão 4.5.6 (GEUZAIN; REMACLE, 2009) e cada uma delas foi simulada com o código SU2 versão 7.0.6 com suporte a multiprocessamento para as condições de escoamento invíscido e axissimétrico. O computador utilizado nas simulações tem processador Intel Core i7-6700 de 4 GHz, 32 GB de memória RAM e sistema operacional Debian.

FIGURA 19 – MALHA BASE COM 20x20 VOLUMES USADA NA VERIFICAÇÃO E VALIDAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

Os resultados gerais das simulações realizadas com o código SU2 são apresentados na TABELA 3. N_x indica o número de volumes da malha ao longo da direção principal do escoamento, N_y o número de volumes na direção perpendicular à direção principal do escoamento e RAM é a quantidade máxima de memória RAM utilizada pelo código durante as simulações. A coluna malha apresenta a nomenclatura dada as malhas, a coluna iterações indica o número de iterações utilizadas como critério de parada para o processo iterativo e a coluna tempo é o tempo total das simulações realizadas. O tempo computacional e a memória RAM foram obtidos com o comando “/usr/bin/time -f 'Time: %e s\nMemory: %M KB\n” do Linux.

TABELA 3 – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Malha	N_x	N_y	Iterações	Tempo	RAM (MB)
m_1	20	20	368	0,44 s	25,33
m_2	40	40	446	1,04 s	31,33
m_3	80	80	490	4,94 s	54,89
m_4	160	160	724	43,59 s	142,54
m_5	320	320	1094	4,91 min	504,70
m_6	640	640	1692	38,46 min	1946,25
m_7	1280	1280	2700	3,95 h	7668,51
m_8	2560	2560	4448	1,11 dia	30560,40

FONTE: O autor (2021).

O coeficiente de arrasto C_D de cada malha e as ordens aparentes equivalentes p_U^* são apresentados na TABELA 4. A ordem aparente equivalente apresenta um comportamento decrescente e inicialmente está próxima de dois, sendo esperado que p_U^* tendesse ao valor dois, pois esse é o valor esperado da ordem assintótica.

TABELA 4 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO

Malha	C_D	p_U^*
m_1	0,0732024777	-
m_2	0,0748019950	-
m_3	0,0752888900	1,72
m_4	0,0754241649	1,85
m_5	0,0754628704	1,81
m_6	0,0754742404	1,77
m_7	0,0754777771	1,68
m_8	0,0754789895	1,54

FONTE: O autor (2021).

As soluções multiextrapolada, convergente e da malha mais fina com estimativas de erro foram compiladas na TABELA 5. Essas estimativas de erro foram calculadas com o programa Richardson 4.0, desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Dinâmica dos Fluidos Computacional da Universidade Federal do Paraná. Foi utilizado valor de p_0 igual a um nos cálculos. Nota-se que a solução multiextrapolada do MER está inclusa na região de incerteza da solução convergente, a qual está inclusa na estimativa de erro da solução obtida com o estimador GCI.

TABELA 5 – SOLUÇÕES EXTRAPOLADAS E DA MALHA MAIS FINA COM ESTIMATIVAS DE ERRO NUMÉRICO

Método	Estimativa de erro	Solução
GCI	1,515522E-06	0,0754790 ± 0,0000015
Convergente	2,899888E-07	0,07547991 ± 0,00000029
MER	-1,717229E-08	0,075479825 - 0,000000017

FONTE: O autor (2021).

Para o problema abordado nesta etapa de verificação e validação, Eggers Júnior, Resnikoff e Dennis (1957) mediram experimentalmente o coeficiente de arrasto sobre o cone, porém o resultado foi apresentado apenas de forma gráfica (EGGERS JÚNIOR; RESNIKOFF; DENNIS, 1957, p. 35, figura 6). Por isso, foi utilizado o código WebPlotDigitizer 4.2 (MARIN; ROHATGI; CHARLOT, 2017) para se obter o valor do coeficiente de arrasto do gráfico. Três medições foram realizadas, as quais são apresentadas na TABELA 6. Assim, o valor do coeficiente de arrasto experimental foi definido como a média das medições apresentadas nessa tabela. Já a incerteza devido à leitura dos dados do gráfico U_{read} foi definida como o desvio padrão das três medições.

TABELA 6 – VALORES DO C_D EXTRAÍDOS DO GRÁFICO DE EGGERS JÚNIOR, RESNIKOFF E DENNIS (1957)

Medição	C_D
1	0,0810405216
2	0,0810336510
3	0,0810445215
Média	0,0810395647
Desvio padrão	4,48914889E-06

FONTE: O autor (2021).

A respeito da incerteza experimental U_{exp} presente no coeficiente de arrasto experimental, os autores afirmam que o efeito combinado de todas as incertezas do

experimento no coeficiente de arrasto está entre $\pm 0,001$ e $\pm 0,005$. Como os autores realizaram experimentos com cinco números de Mach (2,75; 3,50; 4,00; 5,05; e 6,28) e informam que a incerteza do coeficiente de arrasto para o número de Mach mais baixo é de $\pm 0,001$ e para o número de Mach mais alto é de $\pm 0,005$, foi considerado que a incerteza aumenta linearmente com o número de Mach. Assim, a incerteza experimental do coeficiente de arrasto para o número de Mach 3,50 foi calculada realizando uma interpolação linear e aproximada para $\pm 0,0019$.

Dessa forma, a estimativa de erro do coeficiente de arrasto experimental foi calculada combinando-se U_{read} e U_{exp} , o que resultou em

$$U_{exp} = 1,90000530 \cdot 10^{-3} \quad (65)$$

Desse modo,

$$C_D = 0,0810 \pm 0,0019 \quad (66)$$

Na TABELA 7 são apresentadas comparações em relação ao coeficiente de arrasto experimental. Nota-se que a diferença foi reduzindo conforme a malha foi sendo refinada, mas ainda assim ficando acima de 6,8%. Deve-se lembrar que no resultado experimental há a presença de efeitos viscosos, os quais são desprezados no modelo matemático de Euler.

TABELA 7 – COMPARAÇÕES DOS VALORES OBTIDOS DAS SIMULAÇÕES COM O COEFICIENTE DE ARRASTO EXPERIMENTAL [0,0810]

Malha	C_D	Erro de comparação	Diferença relativa
m_1	0,0732024777	-7,80E-03	-9,63%
m_2	0,0748019950	-6,20E-03	-7,65%
m_3	0,0752888900	-5,71E-03	-7,05%
m_4	0,0754241649	-5,58E-03	-6,88%
m_5	0,0754628704	-5,54E-03	-6,84%
m_6	0,0754742404	-5,53E-03	-6,82%
m_7	0,0754777771	-5,522E-03	-6,818%
m_8	0,0754789895	-5,521E-03	-6,816%

FONTE: O autor (2021).

A incerteza padrão dos dados de entrada da simulação U_{input} foi calculada de acordo com a norma ASME V&V 20-2009 (ASME, 2009). Para o seu cálculo foram

consideradas incertezas nas propriedades do escoamento livre, ou seja, incerteza no número de Mach de corrente livre M_∞ , na temperatura T_∞ e na razão de aspecto do cone. Como resultado, obteve-se que U_{input} é igual à 0,00039.

Por fim, a métrica de validação U_{val} foi calculada considerando-se a incerteza numérica padrão dada pela estimativa de erro numérico do estimador GCI da malha mais fina com fator de expansão igual a 1,1, e as incertezas experimental e dos dados de entrada apresentadas anteriormente. Assim, tem-se

$$U_{val} = 0,0019 \quad (67)$$

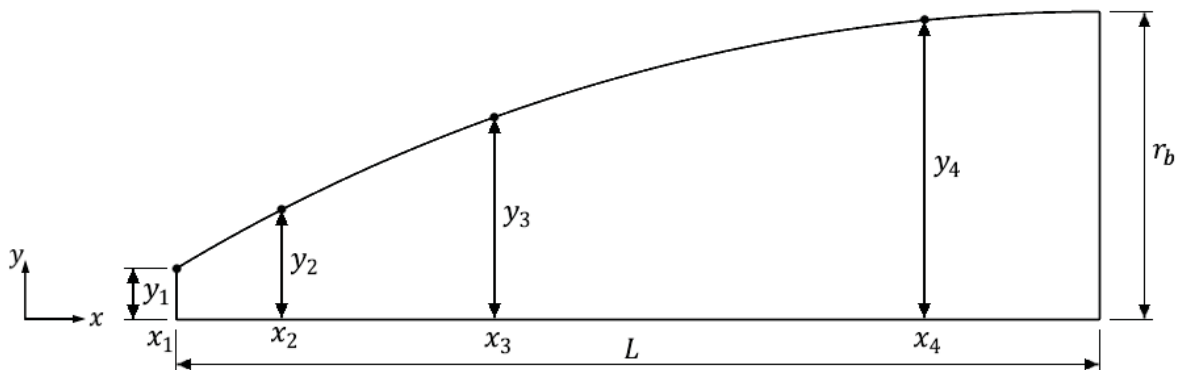
Por fim, é possível estimar que o erro de modelagem (E_{model}) está contido na faixa dada por $-7,42E - 03 \leq E_{model} \leq -3,62E - 03$. Como o erro de comparação, apresentado na TABELA 7, é aproximadamente três vezes maior que a métrica U_{val} , tem-se a indicação de que as simplificações do modelo matemático de Euler são as principais causas do erro de modelagem.

Um artigo foi publicado com base nesse estudo de verificação e validação. No artigo, além do que foi apresentado nessa seção, Iorio, Bertoldo e Marchi (2020) realizaram comparações com outros valores de referência. O valor do coeficiente de arrasto apresentou proximidade crescente com os valores de referência ao se refinar a malha (IORIO; BERTOLDO; MARCHI, 2020).

4 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO

Um método de otimização de forma foi empregado para a otimização com objetivo de minimizar o coeficiente de arrasto, chamado de função objetivo, tendo como variáveis de projeto as coordenadas radiais de N pontos da superfície do nariz. Nesse trabalho, utiliza-se N igual a um, dois, três, quatro e cinco, ou seja, foram realizadas otimizações com até cinco pontos de otimização. A FIGURA 20 ilustra esquematicamente quatro pontos de otimização, os quais possuem coordenadas axiais x e coordenadas radiais y , que são as variáveis a serem otimizadas.

FIGURA 20 – PONTOS DE OTIMIZAÇÃO NO CONTORNO DO NARIZ



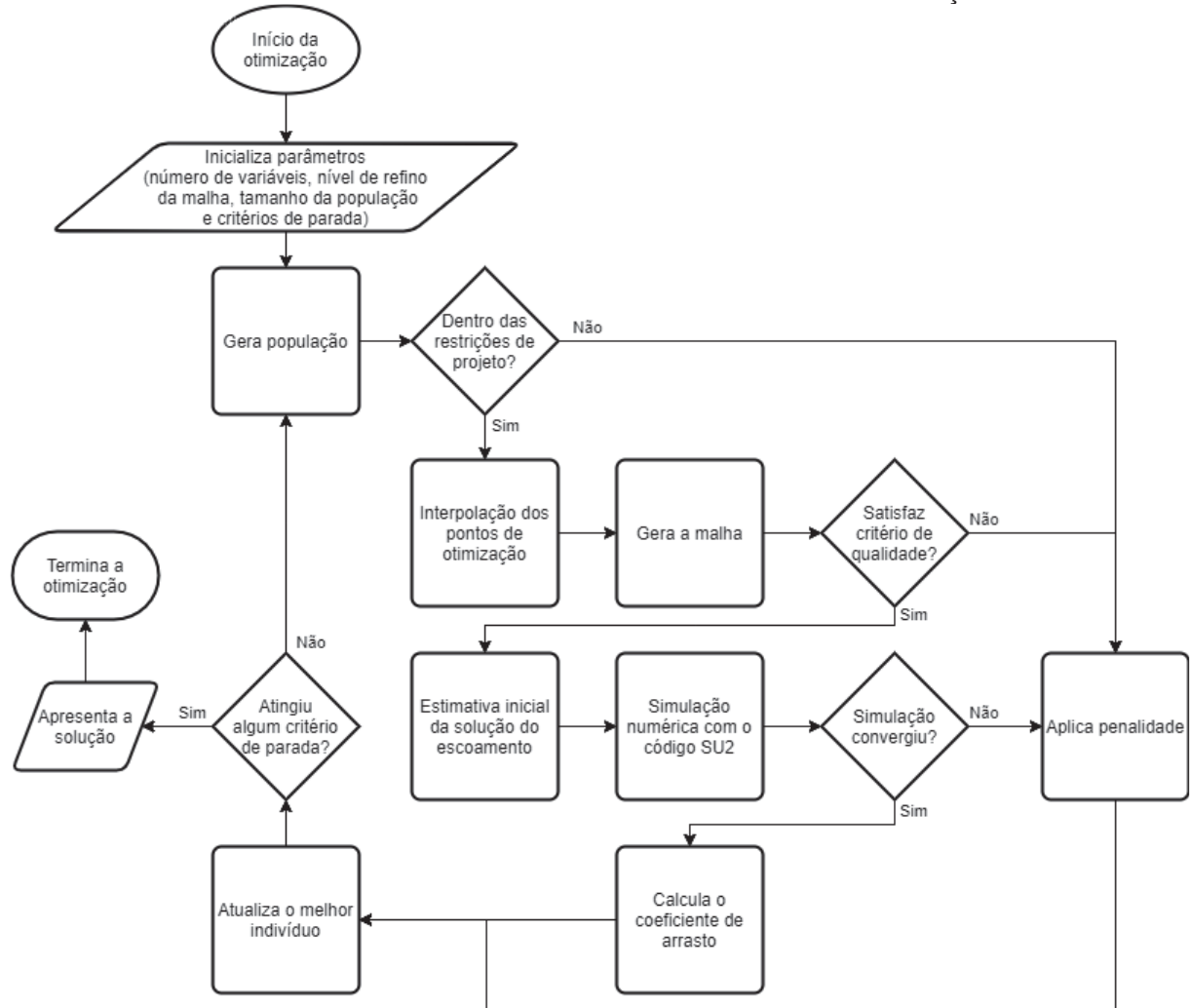
FONTE: O autor (2021).

As coordenadas radiais possuem como limite superior o raio de base do cone (r_b) e limite inferior 0,005, dessa forma $0,005 \leq y \leq r_b$. A primeira coordenada radial, y_1 , tem limite superior igual a 0,1 para evitar problemas de convergência nas simulações. Em três otimizações foram utilizados limites mais estreitos nas coordenadas radiais. O nariz de foguete possui dois metros de comprimento (L) e 0,5 metro de raio de base (r_b).

O processo de otimização se dá com o algoritmo de otimização fornecendo coordenadas radiais para os N pontos da superfície do nariz. Em seguida, é realizada a interpolação desses pontos com o método de interpolação por polinômio cúbico monotônico por partes (FRITSCH; CARLSON, 1980). Na interpolação, além das coordenadas dos pontos de otimização, inclui-se as coordenadas (L, r_b) da base do cone. Posteriormente, gera-se a malha segundo o procedimento apresentado na seção 3.5, utilizando um código para geração de malhas que faz uso da interface de programação (API, do inglês, *Application Programming Interface*) do código GMSH

(GEUZAINÉ; REMACLE, 2009). Na sequência, é realizada uma estimativa inicial da solução do escoamento utilizando como base a solução da geometria mais similar já avaliada no processo de otimização. Depois disso, é realizada a simulação com o código SU2 (ECONOMON et al., 2016) e calculado o coeficiente de arrasto. Por fim, escrevem-se o resultado e as variáveis de projeto em um histórico e retorna-se o valor do coeficiente de arrasto para o otimizador. A FIGURA 21 apresenta o fluxograma da metodologia de otimização.

FIGURA 21 – FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

Com as informações anteriores, pode-se definir matematicamente o problema de otimização, para o caso geral, da forma

$$\min_Y C_D[f(Y)], \quad \begin{array}{l} \text{sujeito à: } \begin{cases} 0,005 \leq y_1 \leq 0,1 \\ 0,005 \leq y_{2,3,4,5} \leq r_b \end{cases} \\ \text{restrito à: } y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq y_4 \leq y_5 \end{array} \quad (68)$$

onde Y é o vetor que contém as variáveis de projeto (y_1, y_2, y_3, y_4 e y_5), $f(Y)$ representa a superfície gerada a partir da interpolação das variáveis de projeto, e $C_D[f(Y)]$ é o coeficiente de arrasto do perfil definido por $f(Y)$. A restrição apresentada na equação (68) significa que as variáveis de projeto são crescentes, ou seja, a variável y_i deve ser maior ou igual à variável de projeto anterior y_{i-1} .

Nessas otimizações foi utilizado o algoritmo de otimização Estratégia Evolutiva com Adaptação da Matriz de Covariância (CMA-ES, do inglês, *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*) da biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020). As únicas exceções foram nas otimizações com cinco variáveis de projeto, em que foi utilizado o algoritmo de Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*) da mesma biblioteca. Esses algoritmos foram selecionados após a avaliação de desempenho de alguns dos algoritmos, tanto determinísticos quanto estocásticos, da biblioteca Pagmo e do código DEPP (RADTKE; BERTOLDO; MARCHI, 2020) no problema deste trabalho. O APÊNCIDE A apresenta os parâmetros utilizados nos algoritmos de otimização da biblioteca Pagmo e o APÊNDICE B contém as configurações utilizadas no arquivo de entrada do código DEPP. A variação desses parâmetros não foi explorada no presente trabalho. O APÊNDICE C apresenta a avaliação dos algoritmos.

Foi utilizado o código SU2 versão 7.0.6 para realizar as simulações. As configurações utilizadas para as simulações podem ser visualizadas no APÊNDICE D.

Antes de realizar as otimizações das coordenadas radiais, as coordenadas axiais dos pontos de otimização foram definidas. Para tal, foram realizadas otimizações do problema utilizando como variáveis de projeto as coordenadas axiais x e radiais y dos pontos de otimização, com exceção do primeiro ponto, localizado na frente do nariz de foguete, que só varia radialmente. Esse procedimento foi realizado com três, cinco, sete e nove variáveis de projeto em malhas com 60x60 volumes. O limite superior das coordenadas axiais foi definido como o comprimento L do cone e o limite inferior igual a zero, assim $0 < x < L$. As coordenadas radiais possuem os mesmos limites informados anteriormente. As otimizações foram realizadas com o código DEPP (RADTKE; BERTOLDO; MARCHI, 2020) utilizando o algoritmo de

Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*) e uma população com dez indivíduos. Acredita-se que com o uso, nas outras otimizações, dessas coordenadas axiais otimizadas é possível obter resultados melhores do que com o uso de coordenadas axiais obtidas de outras maneiras.

Neste trabalho foram utilizados algoritmos de otimização estocásticos. Esses algoritmos se baseiam na formação de uma população de indivíduos, representando conjuntos de variáveis de projeto, e essa população evolui por gerações até que se atinja algum critério de parada. O tamanho da população utilizado foi definido após um estudo envolvendo diferentes tamanhos da população. Esse estudo será apresentado na próxima seção.

Os critérios de parada do processo de otimização são baseados na distância máxima de cada indivíduo da população em relação ao melhor indivíduo e no número de gerações sem melhora. O primeiro critério é calculado tomando-se a distância entre as coordenadas de cada indivíduo e as coordenadas do melhor indivíduo. Esse método é recomendado por Zielinski, Peters e Laur (2005) para problemas de otimização de objetivo único que utilizam o algoritmo de otimização de evolução diferencial. O critério de gerações sem melhora significa que caso não haja um novo valor ótimo da função objetivo em uma certa quantidade de gerações, o processo de otimização é parado. Foram utilizadas tolerância de 10^{-6} para a distância máxima de cada indivíduo da população em relação ao melhor indivíduo e 300 gerações sem melhora na função objetivo para parar o processo iterativo. Nas otimizações deste trabalho, o segundo critério foi necessário em apenas um caso. A respeito das simulações numéricas utilizando o código SU2, elas foram interrompidas quando o resíduo do sistema de equações de conservação de massa fosse menor ou igual a 10^{-14} .

Utilizou-se como critério de qualidade das malhas o ângulo da superfície do nariz de foguete após a face frontal, pois foi observado que para ângulos maiores que 45° ocorria a sobreposição de volumes na malha. Assim, foi definido o ângulo máximo de 45° . Deve-se mencionar que os perfis ótimos obtidos e os perfis otimizados de referência da literatura não possuem ângulos próximos ao limite imposto, sendo que foram obtidos os ângulos de $12,49^\circ$, $17,67^\circ$, $24,78^\circ$, $32,59^\circ$ e $35,29^\circ$ para, respectivamente, os perfis otimizados com um a cinco pontos de otimização.

Foi realizada a otimização em cinco níveis de refino de malha. Dessa forma, foram utilizadas malhas com 30x30, 60x60, 120x120, 240x240 e 480x480 volumes de controle. São realizadas otimizações em diversos níveis de refino da malha utilizando de um a cinco pontos de otimização de modo a avaliar a influência do número de variáveis de projeto e do refino da malha no perfil otimizado do nariz de foguete.

5 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos neste trabalho. Primeiramente são apresentados os resultados das otimizações tanto das coordenadas radiais quanto das axiais dos pontos da superfície do nariz de foguete. Na sequência é apresentado o estudo da influência do tamanho da população no resultado e tempo das otimizações utilizando um algoritmo estocástico. Em seguida, os resultados obtidos em malhas finas das otimizações das coordenadas radiais são apresentados. Posteriormente, as análises dessas otimizações são apresentadas.

As duas últimas subseções apresentam, respectivamente, os coeficientes de arrasto das geometrias ótimas obtidas, sendo esses valores calculados utilizando malhas mais refinadas e com estimativa de erro, e comparações desses coeficientes com outros resultados e geometrias, os quais são o nariz de foguete em formato de cone, nariz de foguete otimizado segundo a Lei de Pressão de Newton, o coeficiente de arrasto da otimização de Kraiko et al. (2003), e os perfis otimizados de Bertoldo (2014) e Oliveira Júnior (2018).

5.1 OTIMIZAÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS

Nesta seção as coordenadas axiais dos pontos de otimização foram definidas. Para tal, foram realizadas otimizações do problema utilizando como variáveis de projeto as coordenadas axiais x e radiais y dos pontos de otimização, com exceção do primeiro ponto, localizado na frente do nariz de foguete, que só varia radialmente. Esse procedimento foi realizado em acordo com o apresentado na seção 4, com três, cinco, sete e nove variáveis de projeto em malhas com 60x60 volumes. Os limites superiores e inferiores das variáveis de projeto também foram definidos em acordo com os mencionados na seção de metodologia.

As otimizações foram realizadas com o código DEPP utilizando o algoritmo DE-RSM e uma população com dez indivíduos. As otimizações com três, cinco e nove variáveis de projeto foram encerradas pelo critério de parada *MaxDist* e a otimização com sete variáveis de projeto foi encerrada após 300 gerações sem melhora no melhor indivíduo, o que é equivalente a 3000 avaliações sem conseguir melhora na função objetivo.

A TABELA 8 apresenta os resultados obtidos da otimização realizada utilizando três variáveis de projeto. A tabela apresenta o coeficiente de arrasto da geometria otimizada, as coordenadas dos pontos de otimização, o tempo de otimização e o número de chamadas da função objetivo, que representa os processos de geração de malha, simulação do escoamento e cálculo do coeficiente de arrasto. A TABELA 9, a TABELA 10 e a TABELA 11 apresentam os resultados com cinco, sete e nove variáveis de projeto, respectivamente. Nota-se que o coeficiente de arrasto (C_D) atinge valores menores com o aumento do número de variáveis de projeto e que os pontos de otimização tendem a se concentrar na região frontal do nariz de foguete.

As coordenadas axiais obtidas nessas otimizações foram utilizadas (fixadas) nas otimizações das próximas seções. Com o uso dessas coordenadas axiais otimizadas foi possível obter resultados melhores do que com o uso de coordenadas axiais obtidas de outras maneiras, como, por exemplo, uma distribuição linear.

TABELA 8 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1225238076
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,04643709529)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,6243238414; 0,2280665745)
Tempo	2,47 h
Chamadas da função	6970

FONTE: O autor (2021).

TABELA 9 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1201873065
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,04269777226)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,1293148578; 0,09892499259)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(1,273678518; 0,3721334128)
Tempo	6,84 h
Chamadas da função	17980

FONTE: O autor (2021).

TABELA 10 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SETE VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1199142676
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,04230375574)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,02275779503; 0,05596197138)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(0,3731139641; 0,1735174057)
Coordenadas do ponto 4 (m)	(1,999987562; 0,4999981070)
Tempo	17,46 h
Chamadas da função	44087

FONTE: O autor (2021).

TABELA 11 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM NOVE VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1198968495
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,04220402749)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,01343176718; 0,05100381174)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(0,1776348453; 0,1164968569)
Coordenadas do ponto 4 (m)	(0,6635055023; 0,2457997684)
Coordenadas do ponto 5 (m)	(1,388010819; 0,3944654767)
Tempo	2,99 dias
Chamadas da função	167940

FONTE: O autor (2021).

5.2 ESTUDO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO

O tamanho ótimo da população para o problema de otimização em questão foi avaliado nesta seção. Os tamanhos de população que foram avaliados são: 10, 20, 30 e 40. O problema foi resolvido em malhas com 60x60 volumes utilizando uma, duas, três e quatro variáveis de projeto, as quais representam coordenadas radiais. As coordenadas axiais de cada ponto são as obtidas na seção 5.1. Para o problema com uma variável de projeto também foi avaliado uma população com cinco indivíduos. As otimizações foram realizadas com o código DEPP utilizando o algoritmo DE-RSM. Os critérios de parada utilizados foram distância máxima (*MaxDist*) menor do que 10^{-6} e 300 gerações sem melhora no valor ótimo obtido da função objetivo.

As tabelas 12 a 15 apresentam os resultados obtidos das otimizações. Essas tabelas apresentam, para cada tamanho de população utilizado, o valor do coeficiente de arrasto da geometria otimizada, o número de chamadas da função objetivo, o tempo de otimização e o número de gerações. A FIGURA 22 apresenta o gráfico da relação entre o tamanho da população e o tempo de otimização. Por sua vez, a FIGURA 23 apresenta a relação entre o tamanho da população e o valor do coeficiente de arrasto. Percebe-se em todos os casos que o aumento no tamanho da população resulta no aumento no tempo de otimização, que é resultado do aumento do número de chamadas da função objetivo. Nota-se que o valor do coeficiente de arrasto apresenta pouca diferença com o aumento do tamanho da população. Assim, serão utilizadas populações com tamanho dez nas otimizações das próximas etapas.

Comparando os coeficientes de arrasto das tabelas 13, 14 e 15 com os das tabelas 8, 9 e 10, nessa ordem, nota-se que foram obtidos os mesmos valores para os coeficientes de arrasto em tempos muito menores. A obtenção dos mesmos

coeficientes de arrasto indica, por exemplo, que a qualidade da otimização com quatro variáveis de projeto realizada nesta etapa é equivalente à otimização com sete variáveis de projeto da etapa anterior, isso porque foram utilizadas coordenadas axiais otimizadas para os pontos de otimização.

TABELA 12 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO

População	Coeficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
5	0,1346670216	125	3,10	25
10	0,1346670533	230	5,62	23
20	0,1346670216	520	12,57	26
30	0,1346670216	780	18,79	26
40	0,1346670216	1160	27,38	29

FONTE: O autor (2021).

TABELA 13 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coeficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
10	0,1225238076	550	12,30	55
20	0,1225238076	1460	31,92	73
30	0,1225238076	1889	41,42	63
40	0,1225238076	2639	58,39	66

FONTE: O autor (2021).

TABELA 14 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coeficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
10	0,1201873065	1216	24,93	122
20	0,1201873065	2490	49,71	125
30	0,1201873065	3687	75,69	123
40	0,1201873065	5226	103,39	131

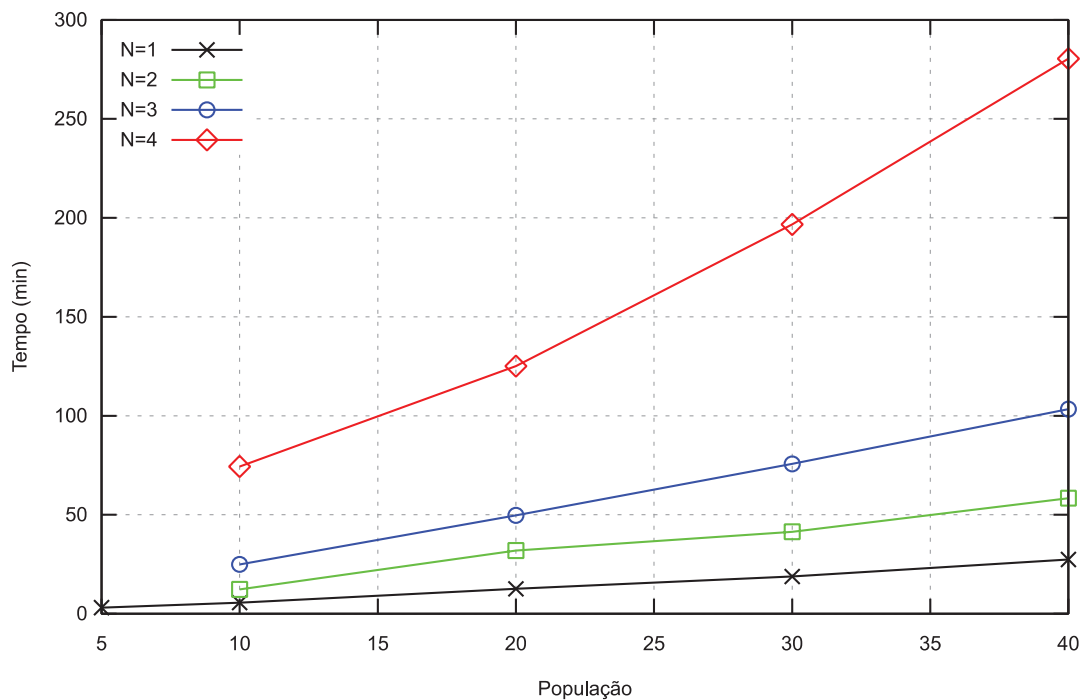
FONTE: O autor (2021).

TABELA 15 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coeficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
10	0,1199142677	2961	1,24	323
20	0,1199142676	4751	2,08	264
30	0,1199142675	7586	3,28	288
40	0,1199142675	10436	4,67	294

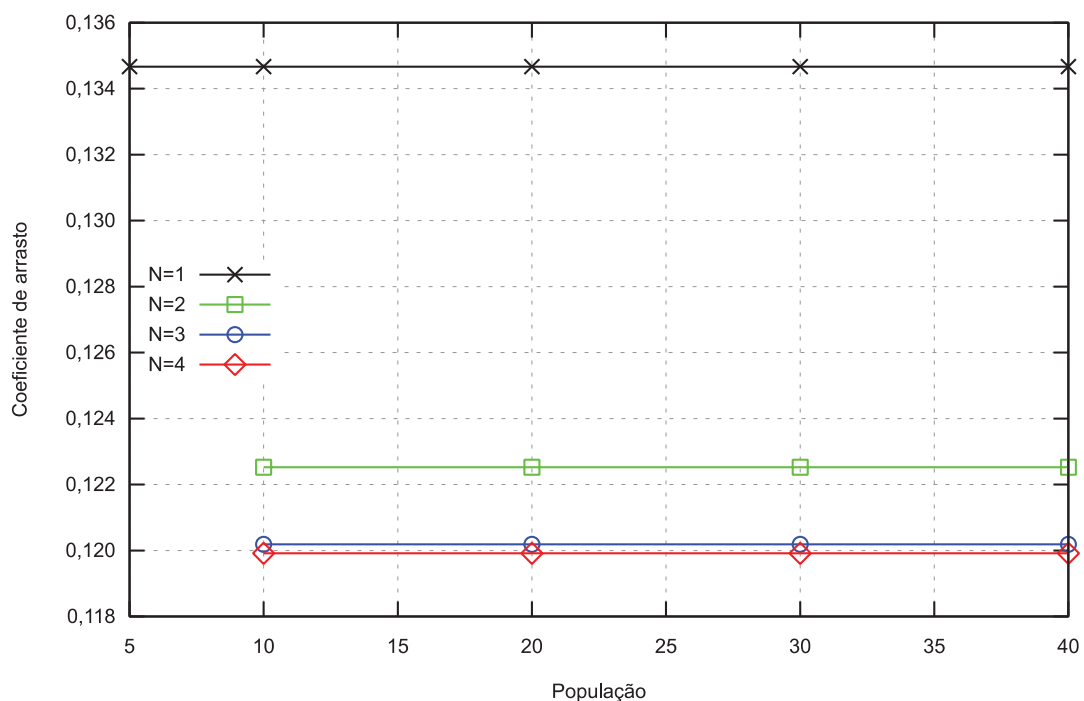
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 22 – INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO TEMPO DE OTIMIZAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 23 – INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO VALOR DO COEFICIENTE DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO



FONTE: O autor (2021).

5.3 OTIMIZAÇÃO DAS COORDENADAS RADIAIS

Esta seção apresenta os resultados das otimizações realizadas em malhas mais finas das coordenadas radiais dos pontos de otimização do nariz de foguete.

Essas otimizações foram realizadas de acordo com a metodologia apresentada, utilizando uma, duas, três, quatro e cinco variáveis de projeto em malhas com 240x240 volumes. Também foi realizada uma otimização com uma variável de projeto em malhas com 480x480 volumes. Foi utilizado o algoritmo de otimização CMA-ES com uma população de dez indivíduos para realizar as otimizações com uma a quatro variáveis de projeto. Na otimização com N=5 (cinco variáveis de projeto) foi utilizado o algoritmo de otimização DE pois o outro algoritmo apresentou problemas para gerar indivíduos válidos. Essas definições foram baseadas nos estudos apresentados no APÊNDICE C e na seção 5.2. Resultados em malhas mais grossas são apresentados no APÊNDICE C e na próxima seção.

Nas otimizações com quatro e cinco variáveis de projeto foram utilizados limites superiores e inferiores mais estreitos do que os utilizados nas demais otimizações com quatro e cinco variáveis. O objetivo dessa alteração foi reduzir o tempo de otimização. A equação (69) apresenta os limites utilizados na otimização com N=4. Esses limites foram escolhidos baseados nos resultados das malhas com 30x30, 60x60 e 120x120 volumes. A equação (70) apresenta os limites utilizados na otimização com N=5. Esses limites foram obtidos a partir das coordenadas da otimização na malha com 120x120 volumes mais ou menos a maior diferença obtida nas coordenadas das otimizações com cinco variáveis de projeto.

$$\begin{cases} 0,005 \leq y_1 \leq 0,048 \\ 0,048 \leq y_2 \leq 0,1 \\ 0,1 \leq y_3 \leq 0,4 \\ 0,4 \leq y_4 \leq r_b \end{cases} \quad (69)$$

$$\begin{cases} 0,0388 \leq y_1 \leq 0,0428 \\ 0,0484 \leq y_2 \leq 0,0510 \\ 0,114 \leq y_3 \leq 0,117 \\ 0,244 \leq y_4 \leq 0,246 \\ 0,393 \leq y_5 \leq 0,395 \end{cases} \quad (70)$$

Nas tabelas 16 a 20 são apresentados os resultados das otimizações realizadas nas malhas com 240x240 volumes. Nessas tabelas são apresentados os coeficientes de arrasto das geometrias otimizadas, as coordenadas dos pontos de otimização, o tempo total da otimização e o número de chamadas da função objetivo.

Pode-se perceber que o aumento no número de variáveis de projeto resulta no aumento do tempo da otimização, com exceção da otimização com N=4 para N=5,

e melhoras cada vez menores no valor do coeficiente de arrasto. A próxima subseção comenta sobre essa exceção e apresenta uma análise quantitativa da variação do coeficiente de arrasto.

TABELA 16 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=1, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1363963655
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,05719682215)
Tempo	8,63 h
Chamadas da função	230

FONTE: O autor (2021).

TABELA 17 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=2, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1237941574
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,04649922114)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,6243238414; 0,2275041603)
Tempo	18,81 h
Chamadas da função	451

FONTE: O autor (2021).

TABELA 18 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=3, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1212504967
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,03965281042)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,1293148578; 0,09669902335)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(1,273678518; 0,3713228542)
Tempo	1,37 dia
Chamadas da função	844

FONTE: O autor (2021).

TABELA 19 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=4, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1208578037
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,03951439631)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,02275779503; 0,05359880335)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(0,3731139641; 0,1716573853)
Coordenadas do ponto 4 (m)	(1,999987562; 0,4999981067)
Tempo	4,25 dias
Chamadas da função	2584

FONTE: O autor (2021).

TABELA 20 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=5, MALHA COM 240x240 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE

Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1208361496
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,03942916322)
Coordenadas do ponto 2 (m)	(0,01343176718; 0,04858927243)
Coordenadas do ponto 3 (m)	(0,1776348453; 0,1146253685)
Coordenadas do ponto 4 (m)	(0,6635055023; 0,2443783089)
Coordenadas do ponto 5 (m)	(1,388010819; 0,3938670006)
Tempo	1,63 dia
Chamadas da função	1270

FONTE: O autor (2021).

A otimização com uma variável de projeto em malhas com 480x480 volumes foi realizada com os limites superior e inferior apresentados na equação (71). Esses limites são mais estreitos do que os utilizados nas otimizações anteriores com uma variável de projeto.

$$0,0474 \leq y_1 \leq 0,0670 \quad (71)$$

Esses limites foram obtidos a partir da coordenada y_1 da otimização na malha com 240x240 volumes mais ou menos a maior diferença obtida nas coordenadas das otimizações com uma variável de projeto. A TABELA 21 apresenta os resultados.

TABELA 21 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM N=1, MALHA COM 480x480 VOLUMES E ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DE

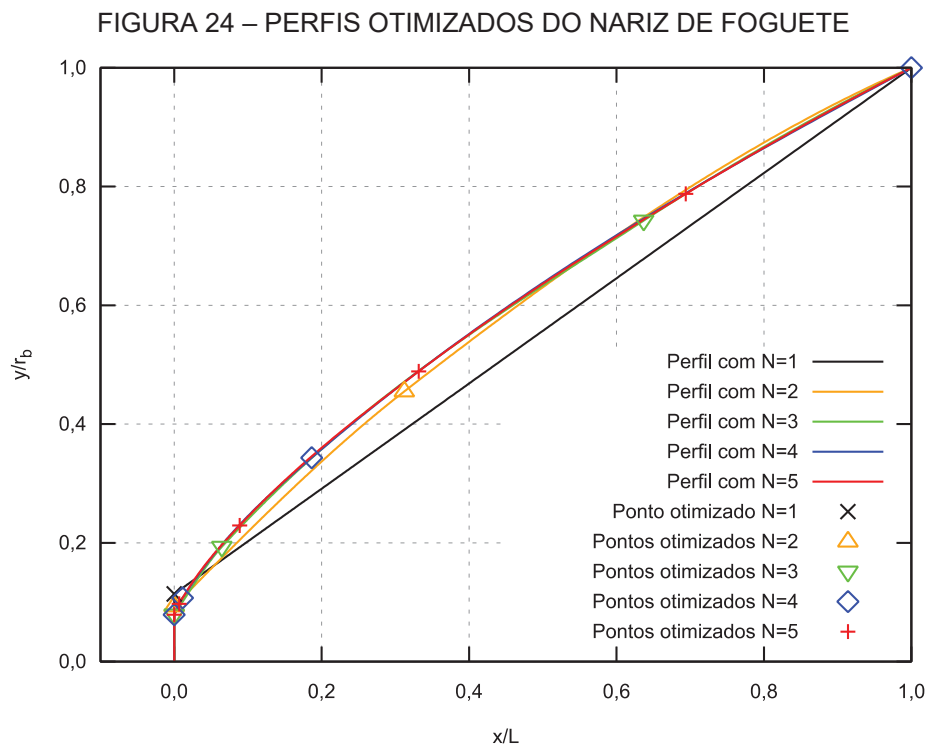
Parâmetro	Valor
Coeficiente de arrasto	0,1366700894
Coordenadas do ponto 1 (m)	(0,0; 0,05693026742)
Tempo	5,43 dias
Chamadas da função	210

FONTE: O autor (2021).

Pode-se notar que ao se utilizar malhas com 480x480 volumes houve um aumento de 15,1 vezes no tempo obtido da otimização em malhas com 240x240 volumes e uma variável de projeto. Devido a esse grande aumento no tempo de otimização, não foram realizadas otimizações em malhas mais finas ou com mais que uma variável de projeto em malhas com 480x480 volumes.

A FIGURA 24 apresenta os perfis otimizados e os pontos otimizados, resultantes das otimizações com as malhas mais finas empregadas. É notável que a

altura da face frontal reduziu conforme mais pontos de otimização foram adicionados ao problema e, ao mesmo tempo, os perfis ficaram mais semelhantes entre si, como pode-se ver nos perfis com três, quatro e cinco variáveis de projeto. Ainda, se observa que com o aumento no número de variáveis de projeto, os perfis tendem a apresentar a região frontal mais arredondada e a região traseira menos arredondada. O ângulo da superfície do nariz de foguete após a face frontal dos perfis otimizados é de $12,49^\circ$, $17,67^\circ$, $24,78^\circ$, $32,59^\circ$ e $35,29^\circ$ para, respectivamente, os perfis otimizados com uma a cinco variáveis de projeto, demonstrando que os perfis tendem a ser mais arredondados.



FONTE: O autor (2021).

Nas próximas seções os resultados das otimizações são discutidos e comparados entre si. Também são apresentados os coeficientes de arrasto com estimativas de erro e comparações com os resultados de outros autores.

5.4 ANÁLISE DAS OTIMIZAÇÕES

Com os resultados obtidos nas otimizações, foi realizada uma análise da influência do refino da malha na otimização do problema. Ainda, esta seção apresenta o estudo sobre o efeito do número de variáveis de projeto no resultado da otimização.

Na TABELA 22 são apresentados alguns dos resultados das otimizações com uma variável de projeto. Assim, para cada malha utilizada nas otimizações, são apresentados o coeficiente de arrasto e a coordenada radial da geometria otimizada. As tabelas 23 a 26 contêm os resultados para duas, três, quatro e cinco variáveis de projeto. A FIGURA 25 apresenta o gráfico da variação da coordenada y_1 otimizada com o refino da malha. Pode-se notar pelas tabelas e pela imagem que as coordenadas radiais dos pontos de otimização se alteram com o refino da malha e que, de modo geral, apresentam comportamento decrescente com o refino. A diferença relativa máxima obtida entre coordenadas radiais otimizadas de malhas com 240x240 e 120x120 volumes foi de 3,91%. Assim, nota-se que o refino da malha produz geometrias otimizadas com perfis similares.

TABELA 22 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA

Malha	Coeficiente de arrasto	y_1 (m)
30x30	0,1326989585	0,06702254197
60x60	0,1346670282	0,06108557416
120x120	0,1358393344	0,05919516506
240x240	0,1363963655	0,05719682215
480x480	0,1366700894	0,05693026742

FONTE: O autor (2021).

TABELA 23 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA

Malha	Coeficiente de arrasto	y_1 (m)	y_2 (m)
30x30	0,1206981671	0,04831535910	0,2301823020
60x60	0,1225238077	0,04643602283	0,2280677572
120x120	0,1233955991	0,04698432075	0,2278695300
240x240	0,1237941574	0,04649922114	0,2275041603

FONTE: O autor (2021).

TABELA 24 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA

Malha	Coeficiente de arrasto	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)
30x30	0,1187734581	0,04296771925	0,09942246811	0,3726859186
60x60	0,1201873067	0,04269778207	0,09892466861	0,3721308419
120x120	0,1209406798	0,04126827978	0,09774816902	0,3716821330
240x240	0,1212504967	0,03965281042	0,09669902335	0,3713228542

FONTE: O autor (2021).

TABELA 25 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA

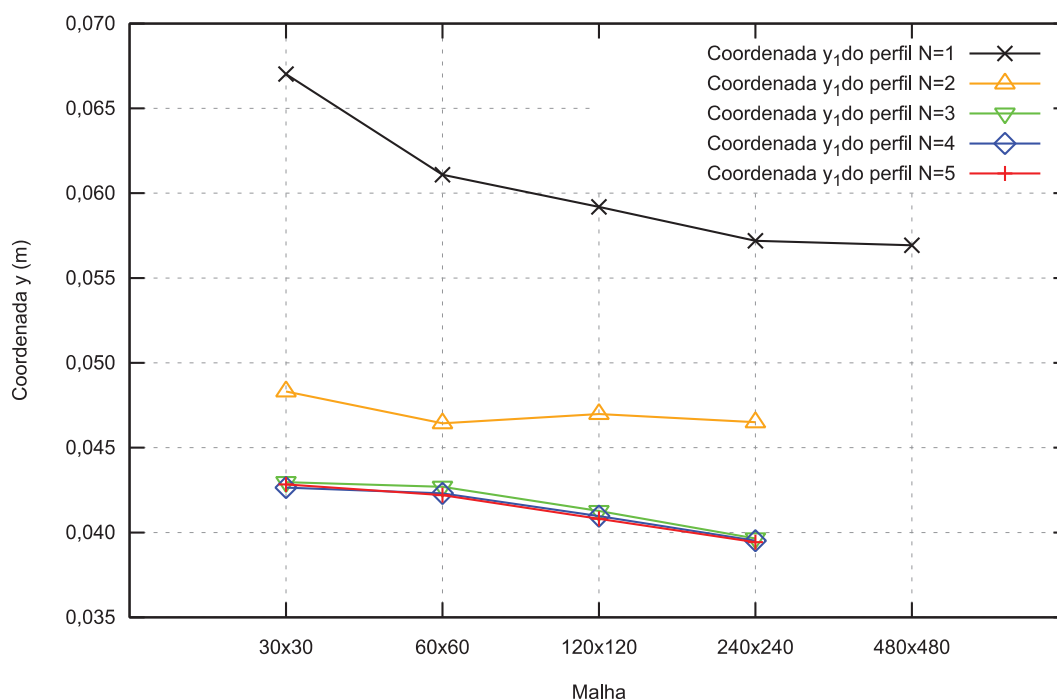
Malha	Coefficiente de arrasto	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)	y_4 (m)
30x30	0,1186677231	0,04265091231	0,05554249709	0,1740207422	0,4999980903
60x60	0,1199142688	0,04230381299	0,05596146896	0,1735129886	0,4999981067
120x120	0,1206026950	0,04096581816	0,05471411909	0,1724426078	0,4999981089
240x240	0,1208578037	0,03951439631	0,05359880335	0,1716573853	0,4999981067

FONTE: O autor (2021).

TABELA 26 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO OBTIDOS EM CADA MALHA

Malha	Coefficiente de arrasto	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)	y_4 (m)	y_5 (m)
30x30	0,1186580607	0,04283803990	0,05053808276	0,1165513137	0,2463713888	0,3947311334
60x60	0,1198968495	0,04220404894	0,05100373226	0,1164973715	0,2458001527	0,3944656279
120x120	0,1205859492	0,04080547102	0,04972258439	0,1154613413	0,2449685807	0,3941044701
240x240	0,1208361496	0,03942916322	0,04858927243	0,1146253685	0,2443783089	0,3938670006

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 25 – VARIAÇÃO DA COORDENADA y_1 OTIMIZADA COM O REFINO DA MALHA

FONTE: O autor (2021).

A TABELA 27 compara os coeficientes de arrasto obtidos com uma a cinco variáveis de projeto em malhas com 240x240 volumes. Essa tabela contém os coeficientes de arrasto, as diferenças relativas (DR) do coeficiente de arrasto, os números de chamadas da função objetivo e os tempos de otimização. Nota-se que o número de chamadas e o tempo de otimização aumentam com o aumento do número

de variáveis de projeto e que o coeficiente de arrasto da geometria otimizada reduz com esse aumento. O tempo e o número de chamadas da função objetivo praticamente dobraram ao aumentar de uma para duas variáveis de projeto, e de duas para três. Já de três para quatro variáveis de projeto o aumento subiu para aproximadamente três vezes. A exceção a essa análise está na variação de quatro para cinco variáveis, em que o tempo e o número de chamadas da função objetivo reduziram. Acredita-se que essa exceção é causada pela diferença no algoritmo utilizado, nos limites superiores e inferiores utilizados e pelas posições axiais dos pontos de otimização facilitarem a otimização.

TABELA 27 – COMPARAÇÕES DOS DADOS RESULTANTES DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 240x240 VOLUMES

Variáveis de projeto	Coeficiente de arrasto	$DR(C_D)$	Chamadas da função	Tempo
1	0,1363963655	-	230	8,63 h
2	0,1237941574	9,24%	451	18,81 h
3	0,1212504967	2,05%	844	1,37 dia
4	0,1208578037	0,324%	2584	4,25 dias
5	0,1208361496	0,0179%	1270	1,63 dia

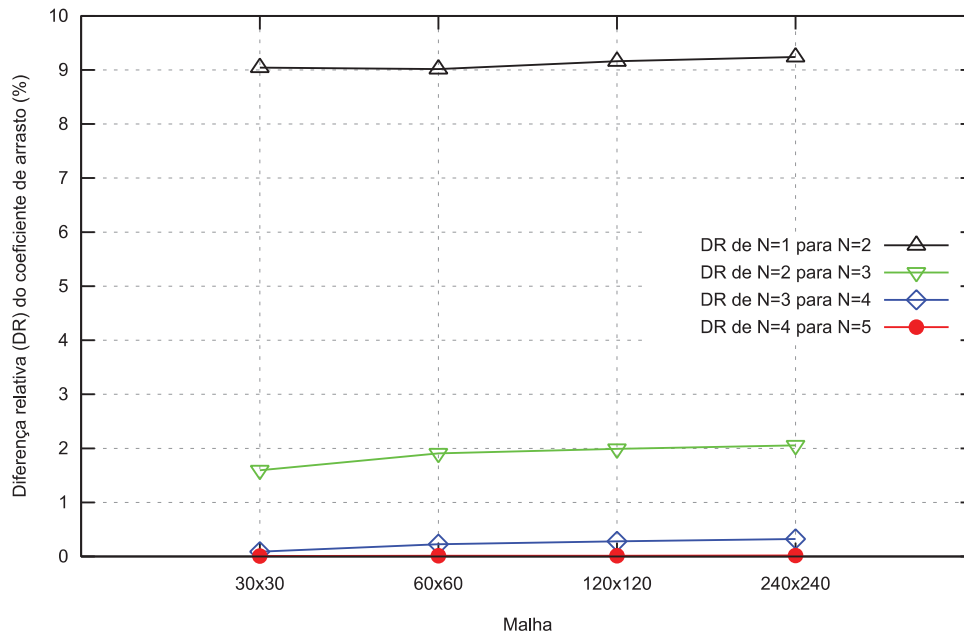
FONTE: O autor (2021).

Analisando-se as diferenças relativas entre os coeficientes de arrasto, percebe-se que aumentar o número de variáveis de projeto produz diferenças cada vez menores, no caso chegando a 0,0179%. Isso também é observado na FIGURA 26, que apresenta o gráfico das diferenças relativas entre os coeficientes de arrasto para as malhas com 30x30 até 240x240 volumes. Esses resultados indicam que uma otimização com seis ou mais variáveis de projeto resultaria em uma geometria com coeficiente de arrasto muito próximo ao obtido com cinco variáveis, porém com um custo computacional muito mais elevado. Conclui-se que otimizações com mais variáveis de projeto não são necessárias.

5.5 COEFICIENTES DE ARRASTO DAS GEOMETRIAS OTIMIZADAS

Esta seção apresenta os coeficientes de arrasto das geometrias otimizadas calculados em malhas finas e com estimativas de incerteza e erro numérico. Além disso, imagens do escoamento também são apresentadas.

FIGURA 26 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS PERFIS OTIMIZADOS



FONTE: O autor (2021).

Com os perfis ótimos obtidos para uma, duas, três, quatro e cinco variáveis de projeto, as soluções numéricas do escoamento foram calculadas em malhas com 30x30, 60x60, 120x120, 240x240, 480x480 e 960x960 volumes. Nos perfis obtidos com quatro e cinco variáveis de projeto não foi possível resolver o escoamento na malha mais fina. A solução numérica foi obtida em diversas malhas, com razão de refino dois e simultâneo em ambas as direções da malha, para ser possível calcular a estimativa de incerteza/erro numérico com o estimador GCI (do inglês, *Grid Convergence Index*) proposto por Roache (1994), com o estimador convergente (MARCHI, 2001) e com o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER) descrito por Martins (2013). Os símbolos utilizados para os estimadores são, respectivamente, U_{GCI} , U_C e U_m .

As tabelas 28 a 32 apresentam os coeficientes de arrasto calculados a partir dos resultados das simulações e as ordens aparentes equivalentes p_U^* dos narizes de foguete otimizados com uma a cinco variáveis de projeto, respectivamente. No geral a ordem p_U^* apresenta um comportamento crescente com o refino da malha e um declínio na malha com 960x960 volumes. Os valores das ordens aparentes equivalente estão próximos de um, que é o valor esperado da ordem assintótica p_0 . Em todos os casos o valor do coeficiente de arrasto aumenta com o refino da malha e a diferença entre o valor do C_D de uma dada malha e o da malha anterior é reduzida

com o refino. Nas simulações que utilizaram malhas com 960x960 volumes a ordem aparente pode ter caído para valores menores do que um devido ao aumento do erro de arredondamento, resultado do maior número de cálculos necessários devido ao incremento no número de volumes na malha.

TABELA 28 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO

Malha	C_D	p_U^*
30x30	0,1330248249	-
60x60	0,1348241753	-
120x120	0,1358605084	0,796
240x240	0,1363986986	0,945
480x480	0,1366700894	0,988
960x960	0,1368427314	0,653

FONTE: O autor (2021).

TABELA 29 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	C_D	p_U^*
30x30	0,1207453503	-
60x60	0,1225271438	-
120x120	0,1234011628	1,03
240x240	0,1237941574	1,15
480x480	0,1239641488	1,21
960x960	0,1240952124	0,375

FONTE: O autor (2021).

TABELA 30 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	C_D	p_U^*
30x30	0,1189029866	-
60x60	0,1203287998	-
120x120	0,1209582919	1,18
240x240	0,1212504967	1,11
480x480	0,1213624600	1,38
960x960	0,1214357427	0,611

FONTE: O autor (2021).

TABELA 31 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	C_D	p_U^*
30x30	0,1187602439	-
60x60	0,1200346818	-
120x120	0,1206186112	1,13
240x240	0,1208578037	1,2876
480x480	0,1209557496	1,2881

FONTE: O autor (2021).

TABELA 32 – VALORES DA ORDEM APARENTE EQUIVALENTE E COEFICIENTES DE ARRASTO DO PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	C_D	p_U^*
30x30	0,1187478668	-
60x60	0,1200029192	-
120x120	0,1205934024	1,09
240x240	0,1208361496	1,28
480x480	0,1209325295	1,33

FONTE: O autor (2021).

As soluções multiextrapoladas, convergentes e as sem pós-processamento e suas representações utilizando as estimativas de erro/incerteza foram compiladas nas tabelas 33 a 37. Nos cálculos das incertezas numéricas com o estimador GCI, equação (54), foi utilizado o mínimo entre p_0 e p_U^* de cada malha, sendo p_0 igual a um. As ordens verdadeiras utilizadas foram um, dois, três, etc. Pode-se notar que já nos primeiros níveis de refino da malha as soluções multiextrapolada e convergente apresentam estimativas de erro menores ou na mesma ordem de grandeza que as soluções sem pós-processamento obtidas em malhas mais finas. A solução convergente sempre apresentou estimativas de erro menores que as soluções sem pós-processamento, mas nem sempre elas são confiáveis porque a ordem aparente equivalente em alguns casos não converge monotonicamente para a ordem assintótica com o refino da malha, sendo esse um requisito para a estimativa do estimador convergente ser confiável (MARCHI, 2001). Por exemplo, na TABELA 32 observa-se que p_U^* é crescente com o refino da malha, mas não tende a um, que é o valor esperado de p_0 . Por outro lado, na TABELA 28 p_U^* converge monotonicamente para a ordem assintótica com o refino da malha até a malha com 480x480 volumes.

TABELA 33 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO

Malha	Grid Convergence Index		Multiextrapolação de Richardson		Convergente	
	C_D	U_{GCI}	C_D	U_m	C_D	U_C
30x30	0,1330248249	-	-	-	-	-
60x60	0,1348241753	5,40E-03	0,1366235257	3,64E-04	-	-
120x120	0,1358605084	1,76E-03	0,1369879467	-3,85E-05	0,1370824507	1,86E-04
240x240	0,1363986986	7,27E-04	0,1369448512	-3,30E-06	0,1369585225	2,16E-05
480x480	0,1366700894	3,45E-04	0,1369417865	-	0,1369438152	2,34E-06
960x960	0,1368427314	3,77E-04	0,1370651754	-	0,1370799668	6,46E-05

FONTE: O autor (2021).

TABELA 34 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	Grid Convergence Index		Multiextrapolação de Richardson		Convergente	
	C_D	U_{GCI}	C_D	U_m	C_D	U_C
30x30	0,1207453503	-	-	-	-	-
60x60	0,1225271438	5,35E-03	0,1243089374	-4,50E-05	-	-
120x120	0,1234011628	1,09E-03	0,1242639298	-	0,1242589314	1,63E-05
240x240	0,1237941574	4,91E-04	0,1241426487	-4,77E-05	0,1241511921	3,60E-05
480x480	0,1239641488	2,12E-04	0,1241084251	-	0,1241139352	2,02E-05
960x960	0,1240952124	5,52E-04	0,1242939597	-	0,1243813788	1,55E-04

FONTE: O autor (2021).

TABELA 35 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	Grid Convergence Index		Multiextrapolação de Richardson		Convergente	
	C_D	U_{GCI}	C_D	U_m	C_D	U_C
30x30	0,1189029866	-	-	-	-	-
60x60	0,1203287998	4,28E-03	0,1217546131	-2,22E-04	-	-
120x120	0,1209582919	7,87E-04	0,1215321741	-5,26E-06	0,1215218446	6,59E-05
240x240	0,1212504967	3,65E-04	0,1215270312	-	0,1215231732	1,95E-05
480x480	0,1213624600	1,40E-04	0,1214350569	-	0,1214532166	2,12E-05
960x960	0,1214357427	1,74E-04	0,1215396429	-	0,1215418031	3,28E-05

FONTE: O autor (2021).

TABELA 36 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	Grid Convergence Index		Multiextrapolação de Richardson		Convergente	
	C_D	U_{GCI}	C_D	U_m	C_D	U_C
30x30	0,1187602439	-	-	-	-	-
60x60	0,1200346818	3,82E-03	0,1213091198	-1,42E-04	-	-
120x120	0,1206186112	7,30E-04	0,1211670141	-7,81E-04	0,1211574761	4,51E-05
240x240	0,1208578037	2,99E-04	0,1210467864	-1,27E-05	0,1210603808	3,66E-05
480x480	0,1209557496	1,22E-04	0,1210353235	-1,24E-07	0,1210386822	1,50E-05

FONTE: O autor (2021).

TABELA 37 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO

Malha	Grid Convergence Index		Multiextrapolação de Richardson		Convergente	
	C_D	U_{GCI}	C_D	U_m	C_D	U_C
30x30	0,1187478668	-	-	-	-	-
60x60	0,1200029192	3,77E-03	0,1212579716	-9,88E-05	-	-
120x120	0,1205934024	7,38E-04	0,1211591902	-	0,1211509721	3,29E-05
240x240	0,1208361496	3,03E-04	0,1210274307	-2,50E-05	0,1210422516	3,66E-05
480x480	0,1209325295	1,20E-04	0,1210064111	-4,09E-07	0,1210124515	1,65E-05

FONTE: O autor (2021).

A TABELA 38 apresenta as soluções numéricas e suas incertezas numéricas utilizando o estimador GCI, juntamente com a informação da malha em que a menor incerteza numérica foi obtida. A TABELA 39 apresenta as soluções multiextrapoladas e suas estimativas de erro obtidas com MER e a TABELA 40 contém as soluções convergentes e suas estimativas de erro.

TABELA 38 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E INCERTEZAS NUMÉRICAS CALCULADAS COM ESTIMADOR GCI DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS

Variáveis de projeto	Malha	Incerteza numérica	Coeficiente de arrasto
1	480x480	3,45E-04	0,13667 ± 0,00035
2	480x480	2,12E-04	0,12396 ± 0,00021
3	480x480	1,40E-04	0,12136 ± 0,00014
4	480x480	1,22E-04	0,12096 ± 0,00012
5	480x480	1,20E-04	0,12093 ± 0,00012

FONTE: O autor (2021).

TABELA 39 – SOLUÇÕES MULTIEXTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS

Variáveis de projeto	Malha	Estimativa de erro	Coeficiente de arrasto
1	240x240	-3,30E-06	0,1369449 - 0,0000033
2	60x60	-4,50E-05	0,124309 - 0,000045
3	120x120	-5,26E-06	0,1215322 - 0,0000053
4	480x480	-1,24E-07	0,12103532 - 0,00000012
5	480x480	-4,09E-07	0,12100641 - 0,00000041

FONTE: O autor (2021).

TABELA 40 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS

Variáveis de projeto	Malha	Estimativa de erro	Coeficiente de arrasto
1	480x480	2,34E-06	0,1369438 ± 0,0000023
2	120x120	1,63E-05	0,124259 ± 0,000016
3	240x240	1,95E-05	0,121523 ± 0,000020
4	480x480	1,50E-05	0,121039 ± 0,000015
5	480x480	1,65E-05	0,121012 ± 0,000016

FONTE: O autor (2021).

Por fim, a TABELA 41 apresenta as soluções finais. Essas são as soluções que apresentaram a menor estimativa de erro numérico, ou seja, as soluções mais acuradas. Os coeficientes de arrasto dos perfis com uma e duas variáveis de projeto foram obtidos com a solução convergente. As demais são as soluções obtidas com MER. O perfil otimizado com cinco variáveis de projeto foi o que obteve o menor coeficiente de arrasto, tendo o valor de 0,12100641 - 0,00000041.

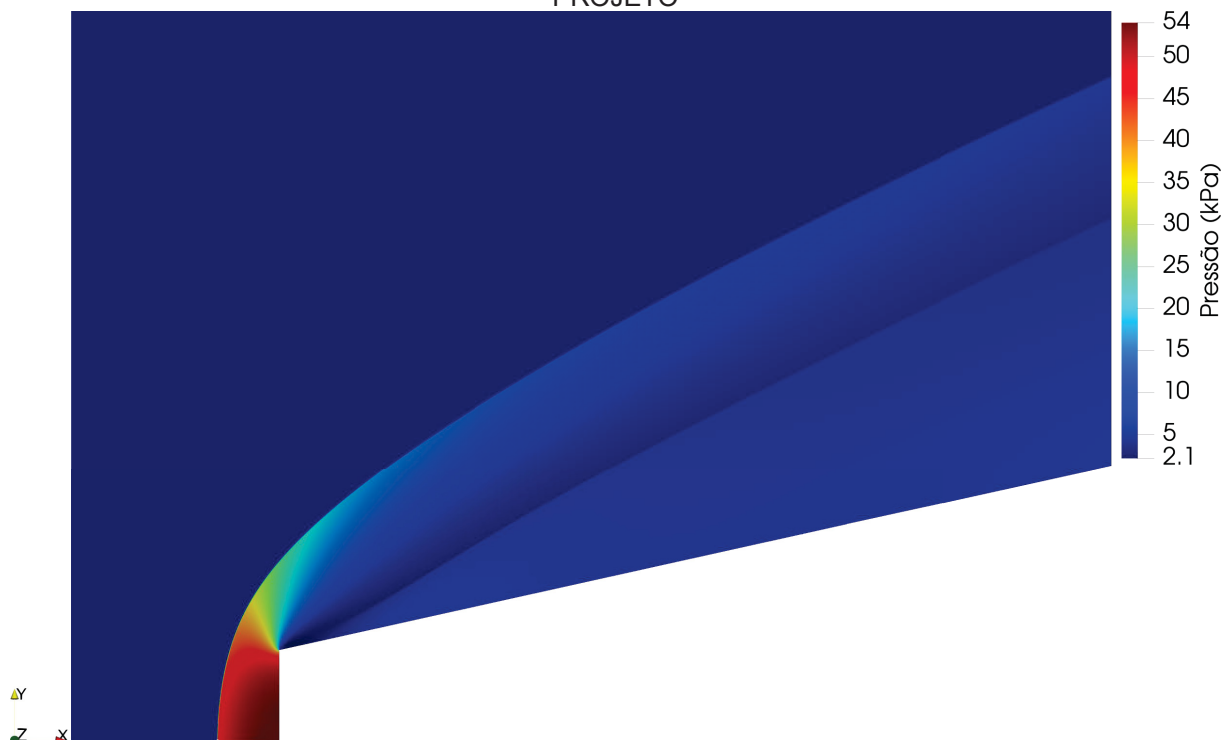
TABELA 41 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO DOS COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE OTIMIZADOS

Variáveis de projeto	Malha	Estimativa de erro	Coefficiente de arrasto
1	480x480	2,34E-06	0,1369438 \pm 0,0000023
2	120x120	1,63E-05	0,124259 \pm 0,000016
3	120x120	-5,26E-06	0,1215322 - 0,0000053
4	480x480	-1,24E-07	0,12103532 - 0,00000012
5	480x480	-4,09E-07	0,12100641 - 0,00000041

FONTE: O autor (2021).

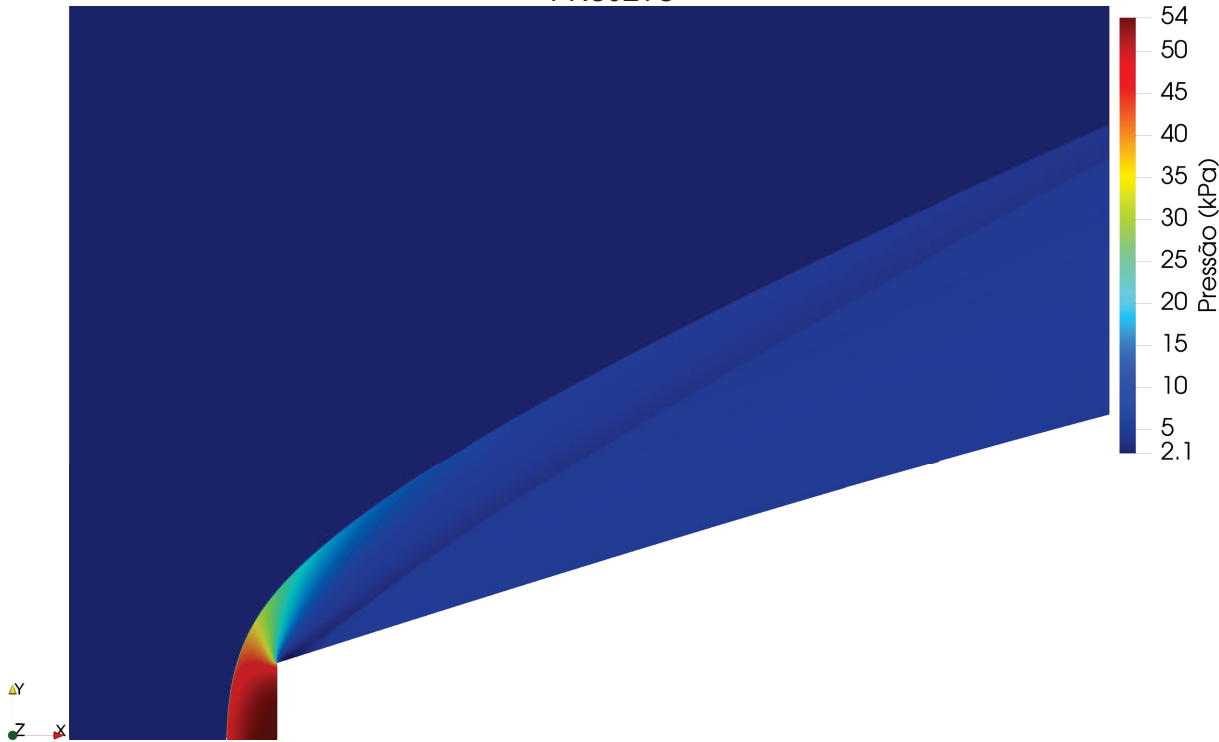
As figuras 27 a 31 apresentam os campos de pressão dos perfis otimizados. Esses campos foram obtidos das soluções numéricas nas malhas mais finas utilizadas. Nessas figuras é apresentado apenas $\frac{1}{8}$ do comprimento do nariz de foguete. Pode-se perceber que a altura da face frontal e que a distância entre a onda de choque normal e a face frontal do nariz de foguete foram reduzidas conforme mais variáveis de otimização foram adicionadas. A menor pressão, aproximadamente 2,1 kPa, obtida nos escoamentos ocorreu no perfil otimizado com uma variável de projeto, na região após a face frontal e próxima à superfície do nariz de foguete. As figuras 32, 33 e 34 apresentam, respectivamente, os campos de massa específica, Mach e temperatura do perfil otimizado com cinco variáveis de projeto. Também é apresentado apenas $\frac{1}{8}$ do comprimento do nariz de foguete.

FIGURA 27 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 28 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO



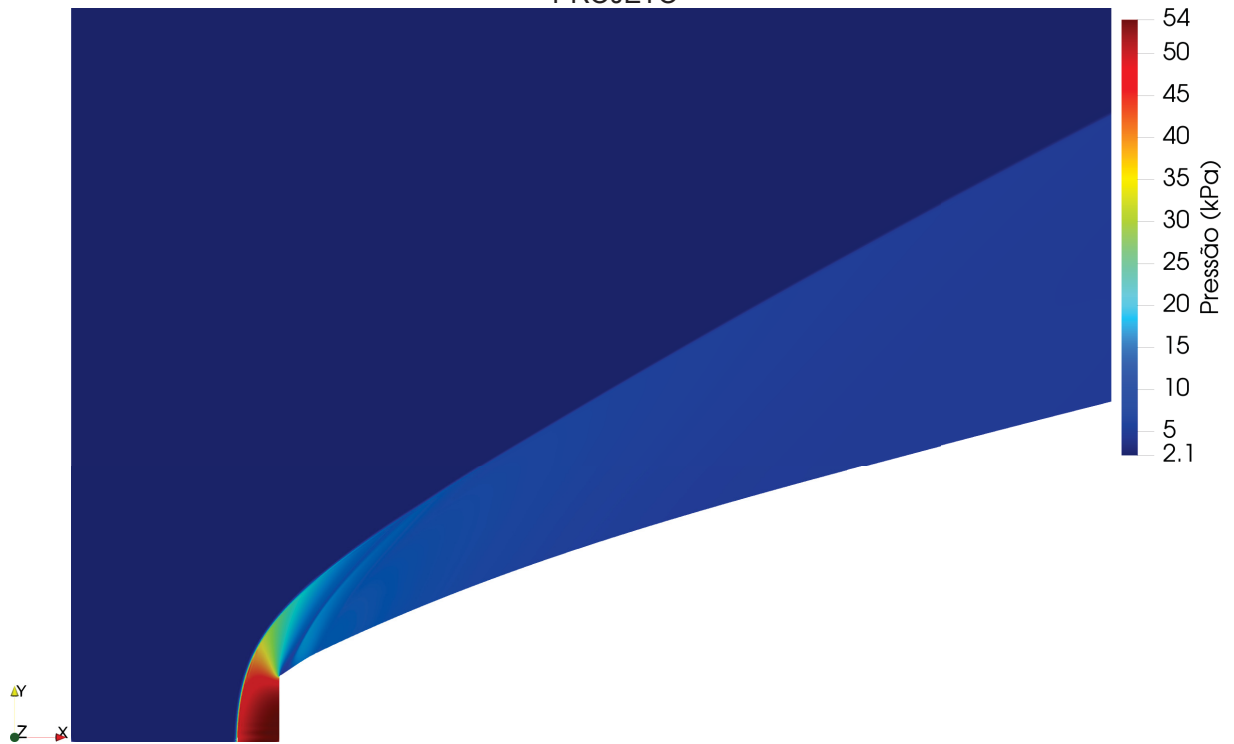
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 29 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO



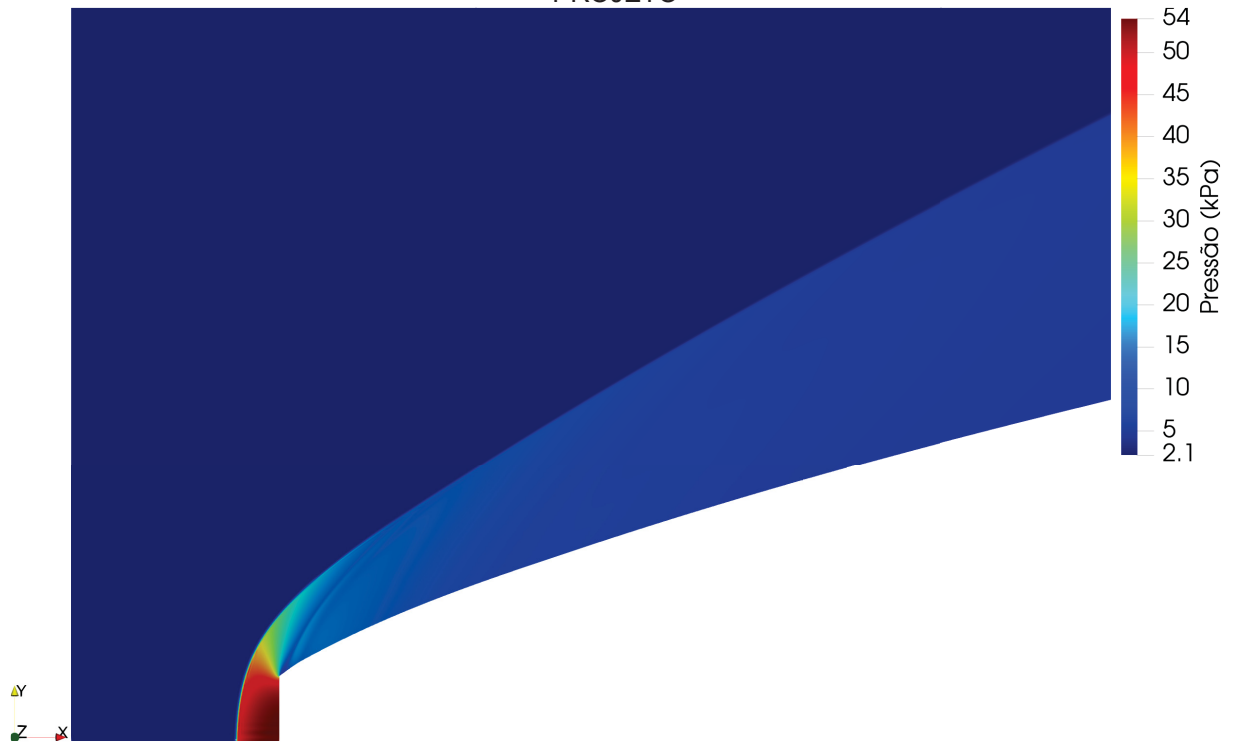
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 30 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO



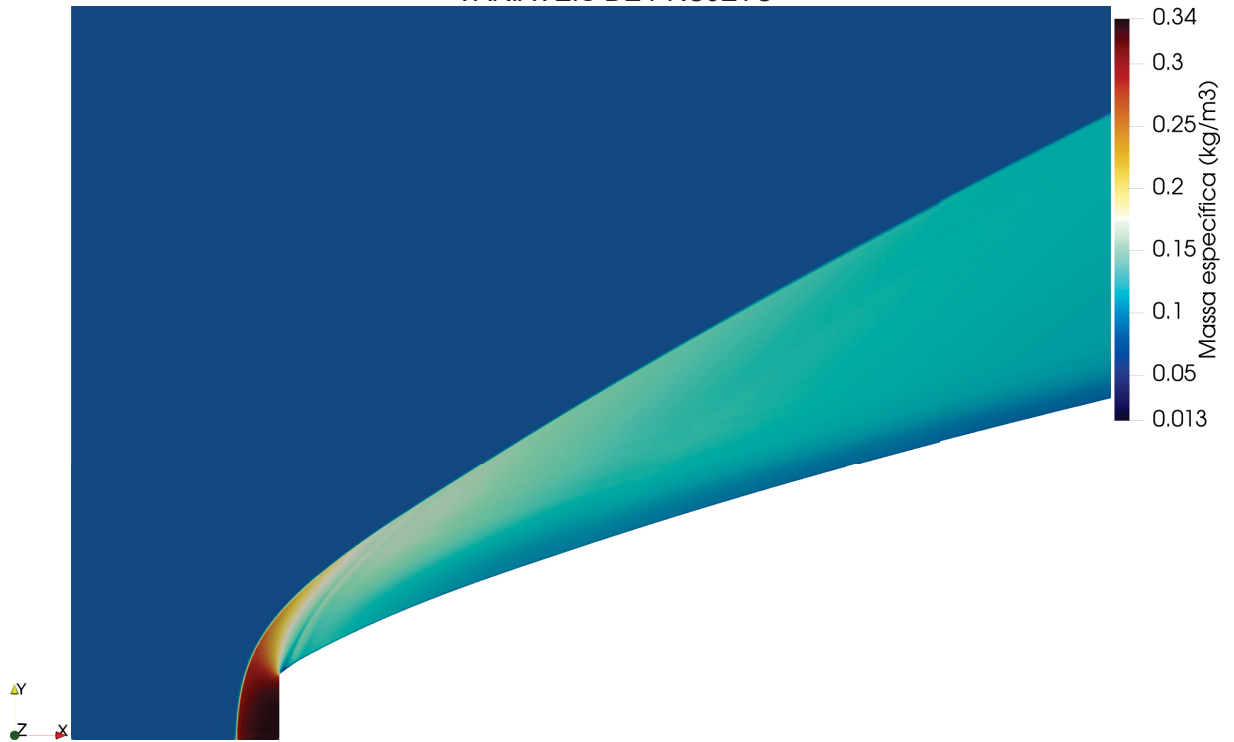
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 31 – CAMPO DE PRESSÃO DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO



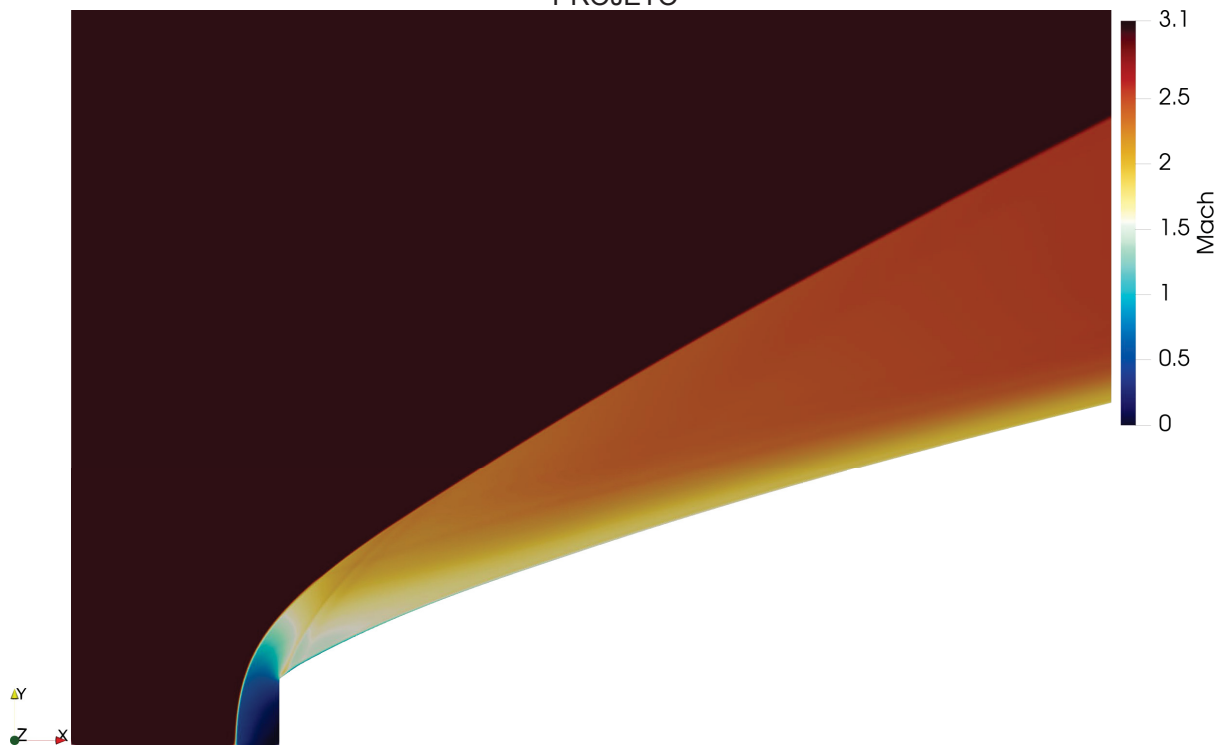
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 32 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO



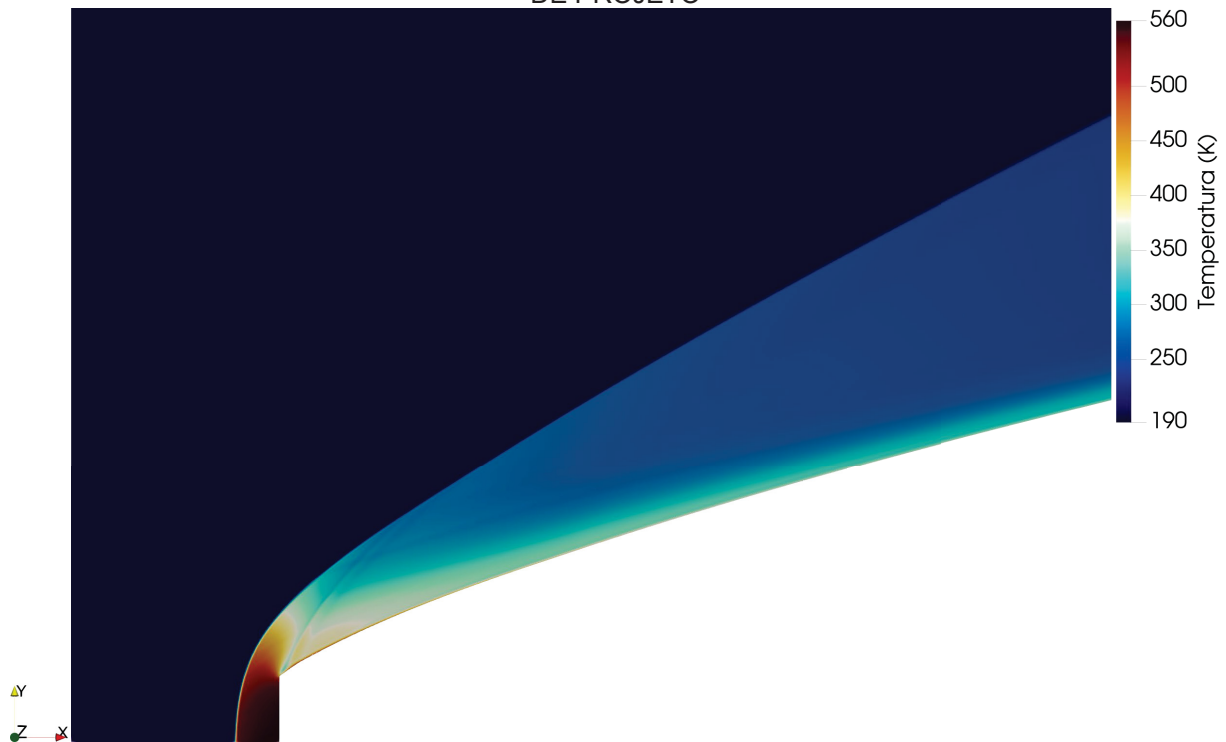
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 33 – CAMPO DE MACH DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 34 – CAMPO DE TEMPERATURA DA GEOMETRIA OTIMIZADA COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO



FONTE: O autor (2021).

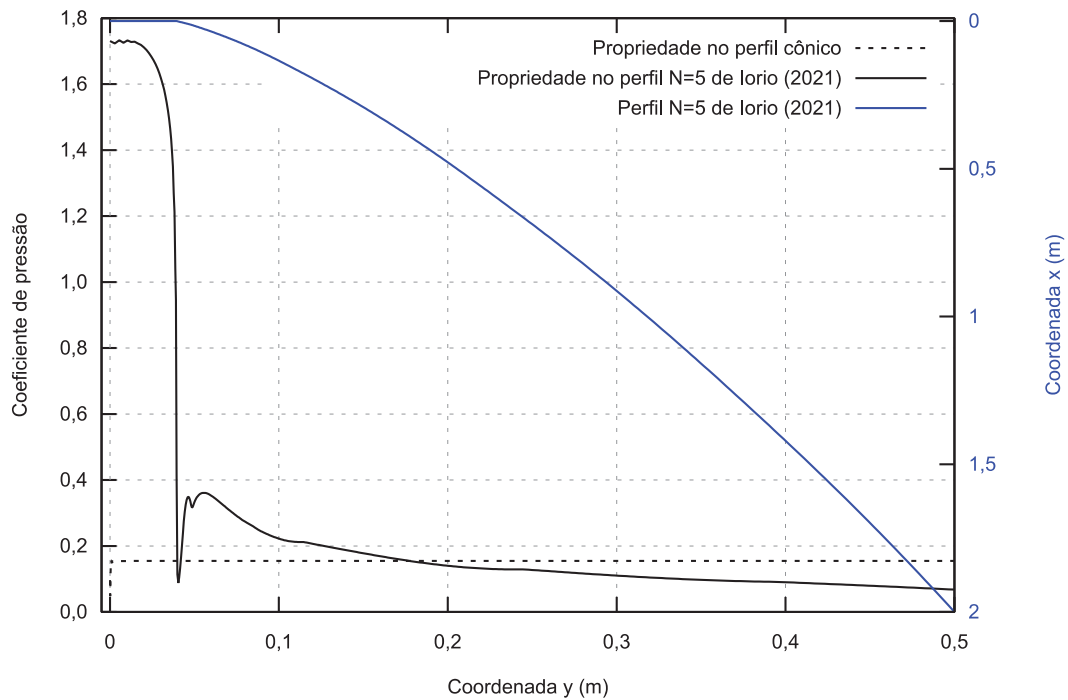
Nos gráficos a seguir apresentam-se as distribuições de algumas propriedades sobre a superfície do nariz de foguete otimizado com cinco variáveis de projeto e, para comparação, sobre o nariz de foguete cônico. Nesses gráficos o nariz de foguete está com seu eixo axial no sentido vertical. Assim, as figuras 35 a 38 apresentam, respectivamente, as distribuições do coeficiente de pressão, da massa específica, do número de Mach e da temperatura sobre as superfícies do perfil $N=5$ e do perfil cônico. Nota-se que após a face frontal do perfil $N=5$ ocorre uma grande redução da massa específica do ar. Além disso, a temperatura ao longo de toda a sua superfície é maior que a do perfil cônico e os números de Mach na superfície do perfil otimizado são menores que o do nariz de foguete cônico. Pode-se notar também que as propriedades sobre a superfície do nariz de foguete cônico são praticamente constantes, o que está em acordo com a teoria de escoamento sobre cones de Taylor e Maccoll (1933).

Arquivos contendo as coordenadas dos perfis otimizados e as propriedades físicas ao longo da superfície do nariz de foguete estão disponíveis no link:

http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/monografias/2021_Dener_lorio_mestrado

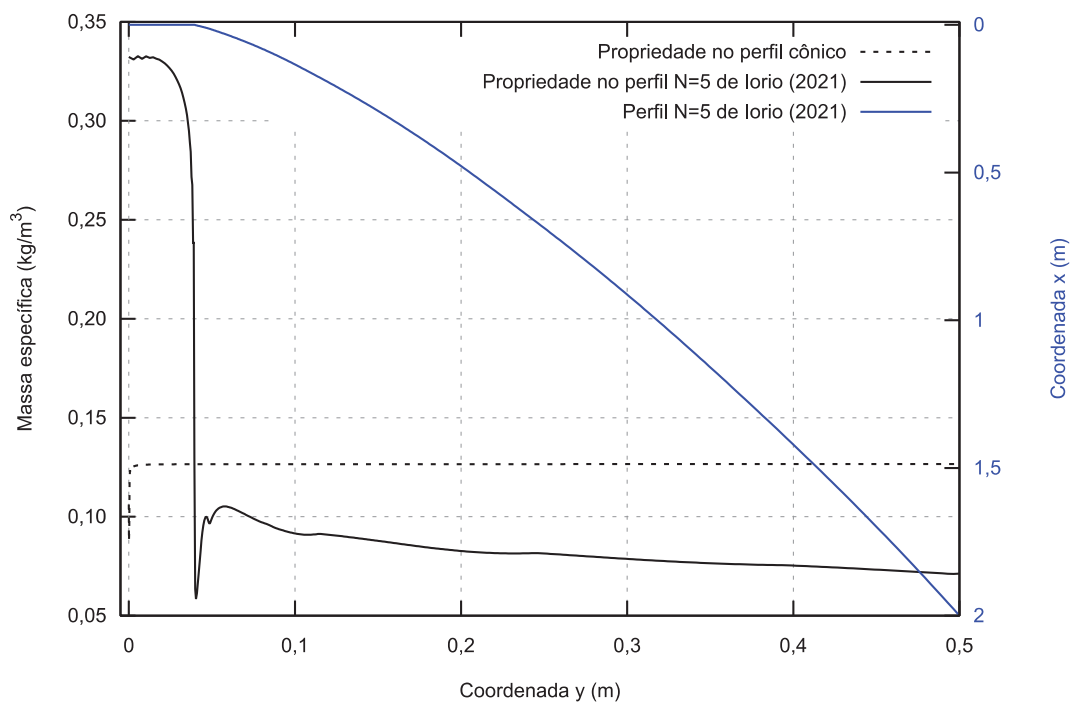
Nesse link também se encontram arquivos de texto contendo as coordenadas dos perfis utilizados para comparação, que são descritos na seção 5.6.

FIGURA 35 – COEFICIENTE DE PRESSÃO SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO



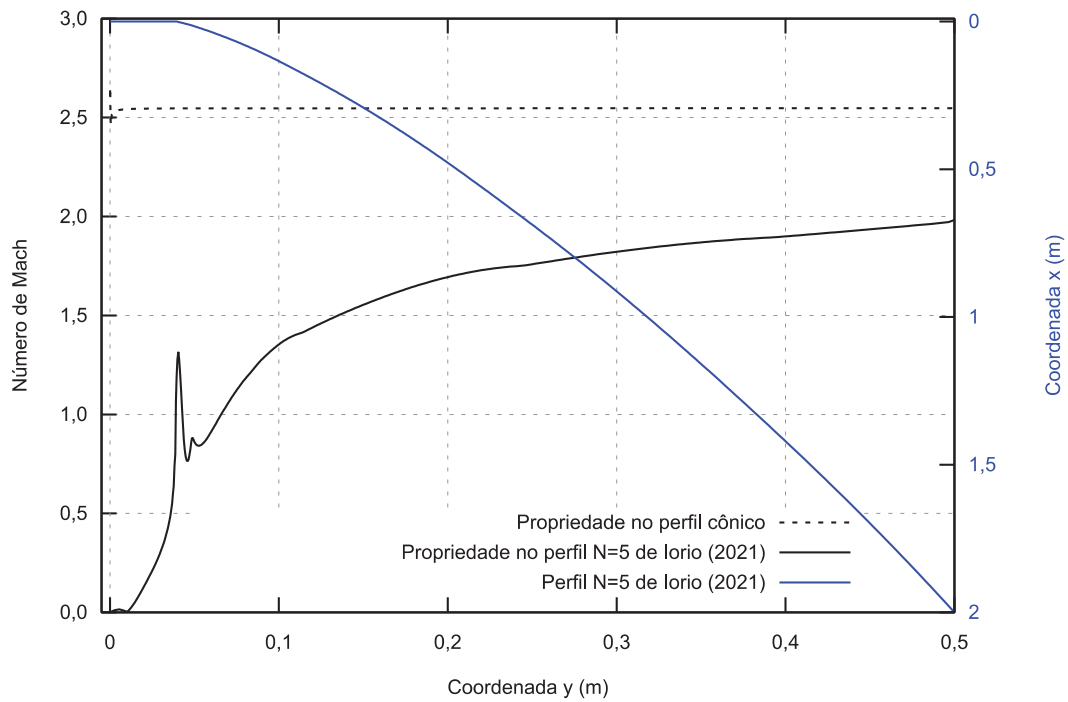
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 36 – MASSA ESPECÍFICA SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO



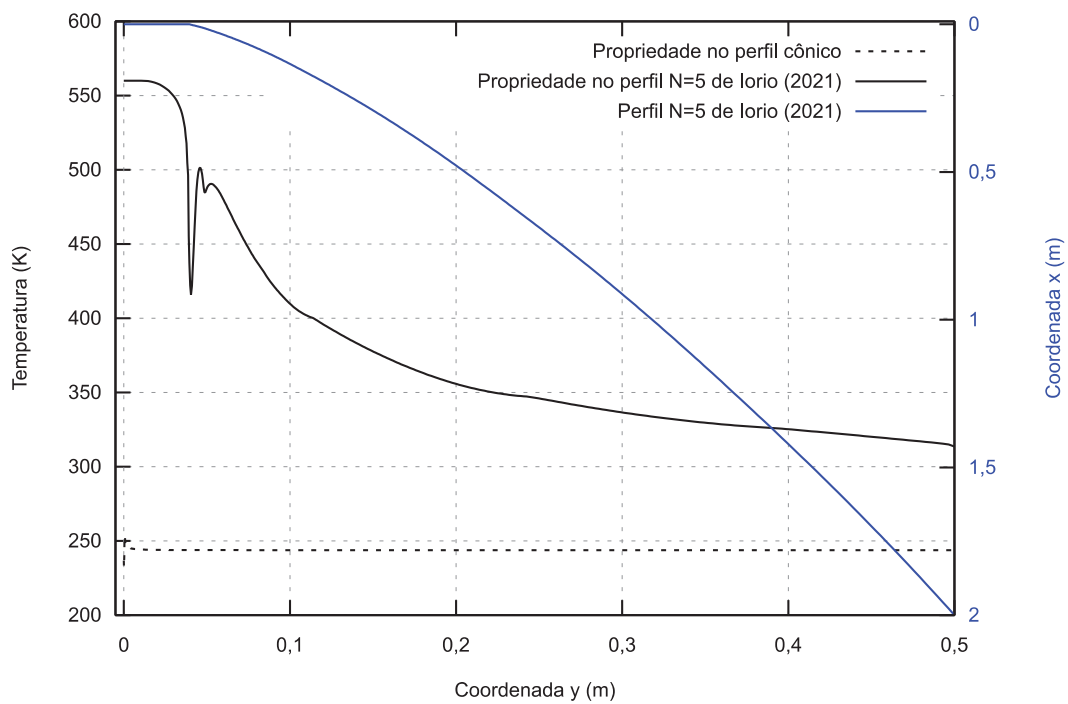
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 37 – NÚMERO DE MACH SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 38 – TEMPERATURA SOBRE O PERFIL OTIMIZADO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO E SOBRE O PERFIL CÔNICO



FONTE: O autor (2021).

A próxima seção apresenta os coeficientes de arrasto dos narizes de foguete que foram utilizados para comparação. Além disso, apresentam-se comparações dos coeficientes de arrasto dos perfis otimizados com os valores de referência.

5.6 COMPARAÇÕES COM OUTROS AUTORES

Tendo sido calculados os coeficientes de arrasto dos perfis ótimos e suas incertezas/erros numéricos, esta seção apresenta comparações com as geometrias e com os coeficientes de arrasto dos perfis ótimos de outros autores e com o perfil cônico.

Para vias de comparação, são utilizados o coeficiente de arrasto do perfil de Kraiko et al. (2003), o perfil 2C-NS de Bertoldo (2014) e os perfis otimizados com quatro e com oito variáveis de projeto de Oliveira Júnior (2018). Também são utilizados o perfil cônico e o perfil otimizado com o modelo matemático da Lei de Pressão de Newton. Este último perfil foi otimizado com 15 variáveis de projeto utilizando o algoritmo de otimização DE-RSM do código DEPP (RADTKE; BERTOLDO; MARCHI, 2020). As variáveis de projeto foram as coordenadas axiais e radiais de sete pontos da superfície do nariz de foguete mais a coordenada radial de um ponto na face frontal do nariz.

O perfil 2C-NS foi gerado com a equação (4), que foi desenvolvida por Bertoldo (2014), e os seus coeficientes otimizados descritos na tese de Bertoldo (2014). Os perfis de Oliveira Júnior (2018) foram gerados utilizando a metodologia e as coordenadas dos pontos de otimização descritas na tese de Oliveira Júnior (2018).

Com exceção do perfil otimizado de Kraiko et al. (2003), todos os narizes de foguete foram simulados numericamente em malhas com 30x30, 60x60, 120x120, 240x240 e 480x480 volumes. As suas estimativas de incerteza/erro numérico foram calculadas com os estimadores GCI (ROACHE, 1994) e convergente (MARCHI, 2001) e ainda com o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER) descrito por Martins (2013). O perfil cônico e o perfil N=8 de Oliveira Júnior (2018) foram simulados em malhas com até 960x960 volumes.

A TABELA 42 apresenta os coeficientes de arrasto dos narizes de foguete que foram utilizados para comparação e o coeficiente de arrasto do perfil otimizado com cinco variáveis de projeto obtido neste trabalho. Nessa tabela são apresentadas as soluções que obtiveram a menor estimativa de erro numérico, ou seja, as soluções

mais acuradas. O coeficiente de arrasto do perfil N=4 de Oliveira Júnior (2018) foi obtido com a solução convergente. As demais são soluções obtidas com MER.

As soluções obtidas para os perfis de Bertoldo (2014) e Oliveira Júnior (2018) com N=8 possuem estimativas de erro menores que as incertezas das soluções fornecidas nos trabalhos de ambos os autores, 0,0012 e 0,00008 respectivamente. As soluções numéricas também estão dentro das faixas de soluções possíveis fornecidas por Bertoldo (2014) e Oliveira Júnior (2018), indicando que os perfis foram gerados corretamente. Por exemplo, o coeficiente de arrasto 0,1209470 - 0,0000087 está contido no intervalo [0,12082, 0,12098] dado por Oliveira Júnior (2018).

TABELA 42 – COEFICIENTES DE ARRASTO DOS NARIZES DE FOGUETE UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO

Geometria	Estimador	Malha	Estimativa de erro	Coeficiente de arrasto
Perfil cônico	MER	960x960	-2,63E-07	0,15457871 - 0,00000026
Perfil de Newton	MER	480x480	1,83E-05	0,124522 + 0,000018
Perfil de Kraiko et al. (2003)	-	-	-	0,121
Perfil 2C-NS de Bertoldo (2014)	MER	480x480	5,48E-05	0,121228 + 0,000055
Perfil N=4 de Oliveira Júnior (2018)	Convergente	240x240	1,33E-05	0,121251 ± 0,000013
Perfil N=8 de Oliveira Júnior (2018)	MER	960x960	-8,71E-06	0,1209470 - 0,0000087
Perfil N=5 (presente trabalho)	MER	480x480	-4,09E-07	0,12100641 - 0,00000041

FONTE: O autor (2021).

A TABELA 43 apresenta as comparações entre as geometrias mencionadas. Nessa tabela são apresentados os coeficientes de arrasto das geometrias e as diferenças relativas em relação aos perfis otimizados com uma a cinco variáveis de projeto. Diferença relativa com valor negativo indica que o coeficiente de arrasto do perfil otimizado neste trabalho é melhor que o valor do perfil de referência. Assim, em relação ao nariz de foguete com perfil cônico, tem-se que o perfil otimizado com N=5 tem diferença relativa de -21,7%, ou seja, ele possui o coeficiente de arrasto menor que o do nariz de foguete cônico.

Analisando-se a tabela, pode se perceber que os narizes de foguete otimizados com quatro e cinco variáveis de projeto apresentaram um dos menores coeficientes de arrasto, sendo maiores apenas que o resultado do perfil obtido por Oliveira Júnior (2018) com oito variáveis de projeto e o coeficiente de arrasto de Kraiko et al. (2003). Ainda assim, a diferença relativa do perfil otimizado com cinco variáveis de projeto em relação ao perfil de Oliveira Júnior (2018) é de apenas 0,0491%. O coeficiente de arrasto do perfil N=5 pode ser considerado melhor ou igual ao valor de

Kraiko et al. (2003), visto que este último não apresenta estimativa de erro e aparenta ser um valor arredondado. Nota-se também que a otimização com quatro variáveis de projeto deste trabalho resultou em um perfil melhor do que o de Oliveira Júnior (2018) com $N=4$, com diferença relativa de -0,178%. Isso implica que a metodologia de se otimizar primeiramente tanto as coordenadas radiais quanto as axiais é benéfica.

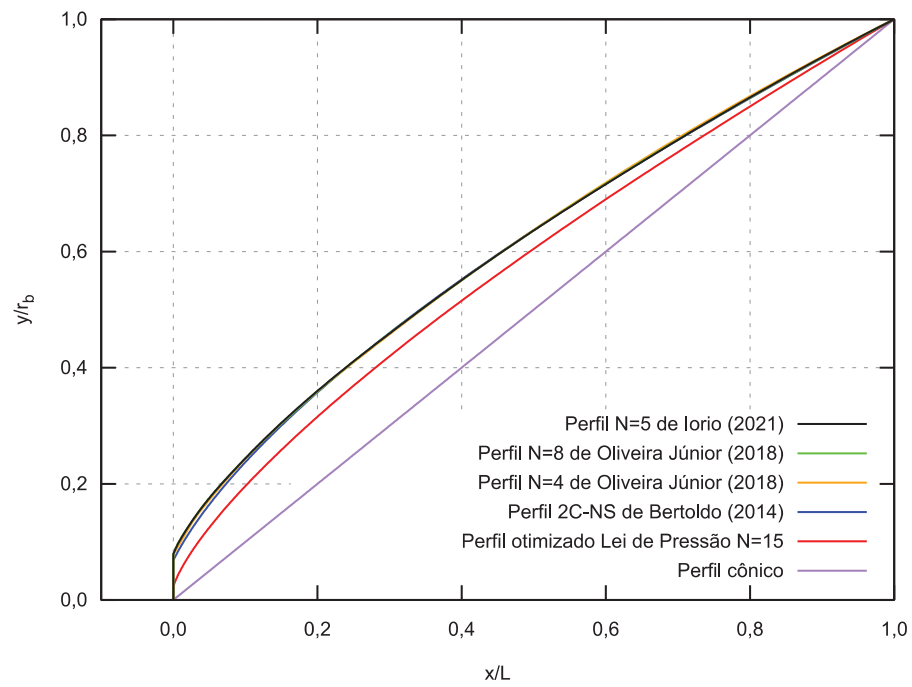
TABELA 43 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS E OS UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO

Geometria	C_D	$DR(C_D)$ N1	$DR(C_D)$ N2	$DR(C_D)$ N3	$DR(C_D)$ N4	$DR(C_D)$ N5
Perfil cônico	0,15457871	-11,4%	-19,6%	-21,4%	-21,7%	-21,7%
Perfil de Newton	0,124522	10,0%	-0,211%	-2,40%	-2,80%	-2,82%
Perfil de Kraiko et al. (2003)	0,121	13,2%	2,69%	0,440%	0,0292%	0,00530%
Perfil 2C-NS de Bertoldo (2014)	0,121228	13,0%	2,50%	0,251%	-0,159%	-0,183%
Perfil N=4 de Oliveira Júnior (2018)	0,121251	12,9%	2,48%	0,232%	-0,178%	-0,202%
Perfil N=8 de Oliveira Júnior (2018)	0,1209470	13,2%	2,74%	0,484%	0,0730%	0,0491%
Perfil N=5 (presente trabalho)	0,12100641	13,2%	2,69%	0,435%	0,0239%	-

FONTE: O autor (2021).

Por fim, a FIGURA 39 apresenta o perfil do nariz de foguete otimizado com cinco variáveis de projeto deste trabalho e os perfis de referência. Não é apresentado o perfil obtido por Kraiko et al. (2003) porque este não se encontra disponível na literatura, somente o seu coeficiente de arrasto. Nota-se que todos os perfis otimizados possuem face frontal. Pode-se perceber que os perfis otimizados tendem a apresentar a região frontal mais arredondada.

FIGURA 39 – COMPARAÇÃO DOS PERFIS DOS NARIZES DE FOGUETE



FONTE: O autor (2021).

6 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou a otimização numérica do perfil de um nariz de foguete. O objetivo principal era obter um nariz de foguete com razão de aspecto dois que possuisse coeficiente de arrasto mínimo quando sujeito a um escoamento supersônico com número de Mach igual a três. Com os perfis obtidos, ganhos de até 21,7% foram alcançados em relação a um perfil cônico com mesma razão de aspecto. O melhor perfil obtido possui coeficiente de arrasto de $0,12100641 - 0,00000041$, que é praticamente igual ao de Kraiko et al. (2003) e muito próximo ao de Oliveira Júnior (2018), tendo uma diferença de 0,0491% e utilizando três variáveis de projeto a menos que este último autor.

Para a obtenção dos perfis ótimos, foi utilizada uma metodologia de otimização de forma para ajustar a posição de pontos de otimização da superfície do nariz de foguete. Em uma primeira parte, foi realizada a otimização em malha grossa tanto das coordenadas radiais quanto das coordenadas axiais dos pontos de otimização. Posteriormente, foi realizada a otimização apenas das coordenadas radiais desses pontos em malhas mais finas. Os algoritmos de otimização estocásticos CMA-ES e DE da biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020) foram escolhidos para tal tarefa após ter sido averiguado o desempenho de diversos algoritmos de otimização. Essa metodologia apresentada permitiu reduzir a complexidade do problema de otimização, reduzir o tempo de otimização e obter coordenadas axiais otimizadas para serem utilizadas, não necessitando assumir nenhum tipo de distribuição para os pontos, como linear, geométrica, etc.

Também foram apresentados estudos para analisar a influência do refino da malha e do número de pontos de otimização na otimização do problema. Foi observado que o uso de malhas mais finas nas simulações numéricas resulta em poucas diferenças nos perfis otimizados, e por consequência no coeficiente de arrasto, enquanto aumentam muito o tempo computacional caso não tenham sido aplicados limites mais estreitos para as variáveis de projeto. O mesmo foi observado em relação ao número de pontos de otimização. Uma diferença relativa de 0,0179% foi obtida entre os coeficientes de arrasto das formas otimizadas com quatro e cinco pontos de otimização. Por esse motivo, conclui-se que otimizações em malhas mais finas e com mais pontos de otimização não possuiriam ganhos suficientes para justificar o custo computacional.

6.1 CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO

As contribuições adquiridas com esta dissertação são listadas na sequência:

- Apresentou-se uma metodologia eficaz para a solução de problemas de otimização que envolvam simulações numéricas;
- Perfis ótimos com até cinco pontos de otimização foram apresentados em detalhes para poderem ser reproduzidos. Soluções numéricas do coeficiente de arrasto foram apresentadas com estimativa de erro para uso em futuras comparações;
- Obteve-se perfil para o nariz de foguete com coeficiente de arrasto que pode ser considerado igual ao de Kraiko et al. (2003). Além disso, este perfil possui diferença relativa de 0,0491% em relação ao perfil otimizado com $N=8$ de Oliveira Júnior (2018), mesmo utilizando três variáveis de projeto a menos;
- Recalcularam-se os coeficientes de arrasto de narizes de foguete ótimos da literatura, sob as mesmas condições geométricas e de escoamento. Estes valores foram apresentados com estimativa de erro;
- Apresentou-se um estudo da influência do tamanho da população na otimização do problema;
- Oito algoritmos de otimização foram avaliados e classificados na solução do problema de otimização de Newton;
- Foram realizadas a verificação da solução numérica do modelo matemático de Euler presente no código SU2 e a validação desse modelo matemático no problema de escoamento supersônico sobre um nariz de foguete;
- Documentaram-se todos os resultados importantes das otimizações, como tempo, número de chamadas da função objetivo e soluções, para que possam ser utilizados em comparações e estudos futuros.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são descritas as sugestões para trabalhos futuros identificadas durante o desenvolvimento desta dissertação:

- Otimizar a geometria do nariz de foguete de maneira tridimensional, não impondo consideração de simetria em torno do seu eixo longitudinal. Alguns autores (GONOR, 1963; GUSAROV et al., 1979; FOSTER; DULIKRAVICH, 1997) apresentaram estudos que indicam que geometrias assimétricas podem possuir coeficientes de arrasto ainda menores do que geometrias axissimétricas;
- Determinar perfis otimizados em relação ao coeficiente de arrasto para os regimes subsônico, transônico e alto hipersônico. Comparar o último perfil com o nariz de foguete otimizado utilizando como modelo matemático a Lei de Pressão de Newton;
- Obter formas otimizadas utilizando o modelo matemático de Navier-Stokes para modelar o escoamento. Esse modelo considera efeitos viscosos e possui erro de modelagem menor do que o modelo matemático de Euler na resolução do escoamento sobre narizes de foguete (BERTOLDO; MARCHI, 2017);
- Avaliar a influência de métodos de interpolação na forma otimizada do nariz de foguete. Outros métodos de interpolação podem ser avaliados para gerar a superfície do nariz de foguete, como splines, splines Akima (AKIMA, 1970), splines Steffen (STEFFEN, 1990), etc.;
- Analisar a influência dos parâmetros dos algoritmos de otimização no número de chamadas da função objetivo e no resultado da otimização para o problema deste trabalho. Por exemplo, estudar a influência da variação das probabilidades de cruzamento e mutação;
- Estudar as geometrias ótimas de narizes de foguete obtidas utilizando o coeficiente balístico como função objetivo. Este coeficiente adiciona uma relação com a energia cinética do foguete, ajudando na estabilidade durante o voo. Comparar, numérica e experimentalmente, com as formas ótimas obtidas utilizando somente o coeficiente de arrasto como função objetivo;
- Obter a geometria de nariz de foguete ótima para o caso em que este executa um movimento com aceleração constante ou com aceleração variável;

- Realizar otimização multiobjetivo para a minimização do coeficiente de arrasto e minimização da massa de um nariz de foguete, ou maximização de seu volume interno. A redução de massa ajudaria na redução da quantidade de propelente necessária para o foguete e o aumento do volume interno do nariz de foguete aumentaria o seu espaço útil;
- Investigar métodos de alta acurácia para realizar estimativa inicial de escoamentos. Neste trabalho, muitas geometrias similares com escoamentos semelhantes foram geradas. Acredita-se que com o uso de métodos mais avançados para gerar as estimativas iniciais tempos menores teriam sido obtidos nas otimizações. Métodos envolvendo aprendizado de máquina podem ser investigados.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON JÚNIOR, J. D. **Modern compressible flow: with historical perspective**. 3. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2003.
- ANDERSON JÚNIOR, J. D. **Hypersonic and high temperature gas dynamics**. 2. ed. Reston: AIAA, 2006.
- ANDERSON JÚNIOR, J. D. **Fundamentals of aerodynamics**. 6. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill Education, 2017.
- ASME. **ASME V&V 20-2009: Standard for verification and validation in computational fluid dynamics and heat transfer**. Nova Iorque, 2009.
- AKIMA, H. A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures. **Journal of the Association for Computing Machinery**, v. 17, n. 1, p. 589-602, out. 1970. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/321607.321609>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- BERMAN, R. J. Ballistic coefficients for power law bodies. **AIAA Journal**, v. 5, n. 1, p. 166-167, jan. 1967. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.3927>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- BERTOLDO, G. **Otimização aerodinâmica de Newton com base nas equações de Navier-Stokes**. Orientador: Carlos Henrique Marchi. 2014. 230 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1884/37210>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- BERTOLDO, G.; MARCHI C. H. Verification and validation of the foredrag coefficient for supersonic and hypersonic flow of air over a cone of fineness ratio 3. **Applied Mathematical Modelling**, v. 44, n. 1, p. 409-424, abr. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.01.090>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- BISCANI, F.; IZZO, D. **esa/pagmo2**: pagmo 2.15.0. Versão 2.15.0, 2 abr. 2020. Disponível em: <http://doi.org/10.5281/zenodo.3738182>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- BRAHMACHARY, S.; NATARAJAN, G.; SAHOO, N. On maximum ballistic coefficient axisymmetric geometries in hypersonic flows. **Journal of Spacecraft and Rockets**, AIAA, v. 55, n. 2, mar./abr. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.A33887>. Acesso em: 13 jan. 2021.
- DARWISH, A. Bio-inspired computing: algorithms review, deep analysis, and the scope of applications. **Future Computing and Informatics Journal**, v. 3, n. 2, p. 231-246, dez. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.fcij.2018.06.001>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ECONOMON, T. D. et al. SU2: an open-source suite for multiphysics simulation and design. **AIAA Journal**, v. 54, n. 3, p. 828-846, mar. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.J053813>. Acesso em: 13 jan. 2021.

EGGERS JÚNIOR., A. J.; RESNIKOFF, M. M.; DENNIS, D. H. **Bodies of revolution having minimum drag at high supersonic airspeeds**. Moffett Field: National Advisory Committee for Aeronautics, jan. 1957, 16 p. (Report 1306). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930092299>. Acesso em: 13 jan. 2021.

FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M.; STREET, R. L. **Computational methods for fluid dynamics**. 4. ed. Suíça: Springer, 2020.

FOSTER, N. F.; DULIKRAVICH, G. S. Three-dimensional aerodynamic shape optimization using genetic and gradient search algorithms. **Journal of Spacecraft and Rockets**, AIAA, v. 34, n. 1, p. 36-42, jan./fev. 1997. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/2.3189>. Acesso em: 10 jan. 2021.

FRITSCH, F. N.; CARLSON, R. E. Monotone piecewise cubic interpolation. **SIAM Journal on Numerical Analysis**, v. 17, n. 2, p. 238-246, 1980. Disponível em: <https://doi.org/10.1137/0717021>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GEUZAIN, C.; REMACLE, J. F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, n. 11, p. 1309-1331, mai. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/nme.2579>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Massachusetts: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

GONOR, A. L. Determination of the shape of a body of minimum drag at hypersonic speed. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, v. 24, n. 6, p. 1628-1635, 1960. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(60\)90014-9](https://doi.org/10.1016/0021-8928(60)90014-9). Acesso em: 13 jan. 2021.

GONOR, A. L. On three-dimensional bodies of minimum drag at high supersonic speed. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, v. 27, n. 1, p. 273-280, 1963. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(63\)90116-3](https://doi.org/10.1016/0021-8928(63)90116-3). Acesso em: 13 jan. 2021.

GUARDONE, A.; VIGEVANO, L. Finite element/volume solution to axisymmetric conservation laws. **ELSEVIER Journal of Computational Physics**, v. 224, n. 2, p. 489-518, jun. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.08.018>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GUSAROV, A. A. et al. Theoretical and experimental investigation of the aerodynamic characteristics of three-dimensional bodies. **Fluid Dynamics**, v.14, n. 3, p 402-406, mai. 1979. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF01062446>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HANSEN, N. The CMA evolution strategy: a comparing review. In: LOZANO, J. A.; LARRAÑAGA, P.; INZA, I.; BENGOTXEA, E. (Ed.). **Towards a new evolutionary computation: studies in fuzziness and soft computing**, Berlim: Springer, 2006, v. 192, p. 75-102. Disponível em: https://doi.org/10.1007/3-540-32494-1_4. Acesso em: 13 jan. 2021.

HANSEN, N. CMA-ES: a function value free second order optimization method. **PGMO COPI 2014**, out. 2014. Disponível em: <https://hal.inria.fr/hal-01110313>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HIRSCH, C. **Numerical computation of internal and external flows: fundamentals of computational fluid dynamics**. 2. ed. Oxford: Elsevier, 2007.

HOERNER, S. F. **Fluid-dynamic drag: practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance**. 2. ed. Brick Town: Sighard F. Hoerner, 1965.

HORSTMANN, D.; KAWOHL, B.; VILLAGGIO, P. Newton's aerodynamic problem in the presence of friction. **Nonlinear Differential Equations and Applications**, v. 9, n. 3, p. 295-307, jun. 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s00030-002-8129-6>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HUGHES, T. J. R.; FRANCA, L. P.; MALLET, M. A. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: I. Symmetric forms of the compressible Euler and Navier-Stokes equations and the second law of thermodynamics. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 54, n. 2, p. 223-234, fev. 1986. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(86\)90127-1](https://doi.org/10.1016/0045-7825(86)90127-1). Acesso em: 13 jan. 2021.

IORIO, D. A.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. **Simulation of supersonic flow over a cone with the SU2 code: verification and validation**. In: BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING - ENCIT, 18., 2020, Online. Anais... Rio Grande do Sul: Bento Gonçalves, 2020. Disponível em: http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/artigos_congressos/2020_Dener_Bertoldo_Marchi_ENCIT.pdf. Acesso em: 13 jan. 2021.

JAMESON, A.; SCHMIDT, W.; TURKEL, E. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. **AIAA Meeting Paper**, jun. 1981. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/6.1981-1259>. Acesso em: 13 jan. 2021.

KOCHENDERFER, M. J.; WHEELER, T. A. **Algorithms for optimization**. Massachusetts: MIT Press, 2019.

KRAIKO, A. N. Newton's problem of the optimal forebody: history of the solution. **Fluid Dynamics**, v. 54, p. 1009-1019, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1134/S0015462819080056>. Acesso em: 13 jan. 2021.

KRAIKO, A. N. et al. Axisymmetric nose shapes of specified aspect ratio, optimum or close to optimum with respect to wave drag. **Journal of Applied Mathematics and**

Mechanics, v. 67, n. 5, p. 703-730, 2003. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(03\)90043-8](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(03)90043-8). Acesso em: 13 jan. 2021.

LEES, L. **Hypersonic flow**. In: INTERNATIONAL AERONAUTICAL CONFERENCE, 5., 1955, Los Angeles. Anais... Nova Iorque: Institute of Aeronautical Sciences, p. 241–276, 1955. Republicado em: *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 40, n. 5, p. 700-735, set./out. 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/2.6897>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MAHAPATRA, D.; SRIRAM, R.; JAGADEESH, G. Effect of counterflow argon plasma jet on aerodynamic drag of a blunt body at hypersonic mach numbers. **Aeronautical Journal**, v. 112, n. 1137, p. 683-687, nov. 2008.

MARCHI, C. H. **Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos**. Orientador: Antônio Fábio Carvalho da Silva. 2001. 305 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/81533>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARIN, F.; ROHATGI, A.; CHARLOT, S. WebPlotDigitizer, a polyvalent and free software to extract spectra from old astronomical publications: application to ultraviolet spectropolarimetry. **French Society of Astronomy & Astrophysics**, ago. 2017. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1708.02025>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARTINS, M. A. **Multiextrapolação de Richardson com interpolação para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD**. Orientador: Carlos Henrique Marchi. 2013. 200 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1884/34635>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MASON, W. H.; LEE, J. Minimum-drag axisymmetric bodies in the supersonic/hypersonic flow regimes. **Journal of Spacecraft and Rockets**, AIAA, v. 31, n. 3, p. 406-413, mai./jun. 1994. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.26453>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MELO, M. G. de. **Adaptação local da matriz de covariância guiada por mecanismos de exploração em estratégias de evolução**. Orientador: Aluizio Fausto Ribeiro Araújo. 2019. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/33911>. Acesso em: 13 jan. 2021.

NEWTON, I. **The mathematical principles of natural philosophy**. New York: Daniel Adee, p 327-331, 1846. Disponível em: [https://en.wikisource.org/wiki/The_Mathematical_Principles_of_Natural_Philosophy_\(1846\)](https://en.wikisource.org/wiki/The_Mathematical_Principles_of_Natural_Philosophy_(1846)). Acesso em: 13 jan. 2021.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. A. **Otimização numérica de coeficiente de arrasto de nariz de foguete em escoamento supersônico**. Orientador: Carlos Henrique Marchi.

2018. 182 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

PALACIOS, F. et al. Stanford University Unstructured (SU2): An open- Source Integrated Computational Environment for Multi-Physics Simulation and Design. **AIAA Paper**, jan. 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/6.2013-287>. Acesso em: 13 jan. 2021.

PARKER, H. M. **Minimum-drag ducted and pointed bodies of revolution based on linearized supersonic theory**. Langley Field: National Advisory Committee for Aeronautics, mar. 1954, 9 p. (NACA-TR-1213). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930092224>. Acesso em: 13 jan. 2021.

PERKINS, E. W.; JORGENSEN, L. H.; SOMMER, S. C. **Investigation of the drag of various axially symmetric nose shapes of fineness ratio 3 for Mach numbers from 1.24 to 7.4**. Moffett Field: National Advisory Committee for Aeronautics, ago. 1958, 17 p. (NACA-TR-1386). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19930091022>. Acesso em: 13 jan. 2021.

PRICE, K. V.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. **Differential evolution: a practical approach to global optimization**. 1. ed. Berlin: Springer, 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/3-540-31306-0>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RADTKE, J. J.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. DEPP - differential evolution parallel program. **Journal of Open Source Software**, v. 5, n. 47. mar. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.21105/joss.01701>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RAMÍREZ, A.; SIMONS, C. Evolutionary computing frameworks for optimisation. **Overload Journal**, v. 142, p. 14-19, dez. 2017. Disponível em: <https://accu.org/index.php/journals/c380/>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RICHARDSON, L. F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 210, p. 307-357, mar. 1910. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/90994>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. **Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME**, v. 116, n. 3, p. 405-413, set. 1994. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2910291>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ROACHE, P. J. **Fundamentals of verification and validation**. Albuquerque: Hermosa, 2009.

SAHAI, A.; JOHN, B.; NATARAJAN, G. Effect of fineness ratio on minimum-drag shapes in hypersonic flows. **Journal of Spacecraft and Rockets**, AIAA, v. 51, n. 3, p. 900-907, mai. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.A32583>. Acesso em: 13 jan. 2021.

SPOMER, R. **Shoot better! Ballistic coefficient and mv**. Abr. 2017. Disponível em: <http://twixar.me/bFBT>. Acesso em: 13 jan. 2021.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket propulsion elements**. 9. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2016.

STEFFEN, M. A Simple Method for Monotonic Interpolation in One Dimension. **Astronomy and Astrophysics**, v. 239, n. 1-2, p. 443-450, nov. 1990. Disponível em: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1990A&A...239..443S>. Acesso em: 13 jan. 2021.

TAYLOR, G. I.; MACCOLL, J. W. The Air Pressure on a Cone Moving at High Speeds. **Proceedings of the Royal Society of London A**, v. 139, n. 838, p. 278-297, fev. 1933. Disponível em: <https://doi.org/10.1098/rspa.1933.0017>. Acesso em: 13 jan. 2021.

VON KÁRMÁN, T. **The problem of resistance in compressible fluids**. In: CONVEGNO DI SCIENZE FISCH, MATEMATICHE E NATURALI SUL TEMA: LE ALTE VELOCITÀ IN AVIAZIONE. Roma: Reale Accademia D'Italia, p. 255-264, mai. 1935.

ZIELINSKI, K.; PETERS, D.; LAUR, R. **Stopping criteria for single-objective optimization**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, ROBOTICS AND AUTONOMOUS SYSTEMS, 3., 2005, Singapura.

APÊNDICE A – PARÂMETROS DOS ALGORITMOS DA BIBLIOTECA PAGMO

Este apêndice apresenta os parâmetros utilizados nos algoritmos de otimização da biblioteca Pagmo. Os parâmetros estão apresentados nas tabelas 44 a 47.

TABELA 44 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Coeficiente de peso	0,8
Probabilidade de cruzamento	0,9
Variante de mutação	2 (rand/1/exp)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 45 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE1220

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Variantes de mutação permitidas	{2,3,7,10,13,14,15,16}
Esquema de auto adaptação	1 (jDE)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 46 – PARÂMETROS DO ALGORITMO SADE

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Variante de mutação	2 (rand/1/exp)
Esquema de auto-adaptação	1 (jDE)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 47 – PARÂMETROS DO ALGORITMO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Tamanho do passo inicial	0,5
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

APÊNDICE B – PARÂMETROS DO CÓDIGO DEPP

Este apêndice contém os parâmetros utilizados no código DEPP. Estas configurações foram utilizadas nas otimizações com o código DEPP apresentadas neste trabalho.

=====

DEPP MAIN CONFIGURATION FILE

=====

nu= 4 (Number of unknowns)
 np= 10 (Size of population)
 search_strategy= DE-RSM (Search strategy model)
 pop_initializer_model= uniform_random (Population initializer model)

=====

STOP CONDITION PARAMETERS

=====

ng= 6000 (Maximum number of generations)
 GNoAcc= 300 (Max. num. of gen. before stopping if no improvement was found)
 kpm= dimensionless (Kind of population convergence measure)
 ptol= 1.0d-6 (Tolerance for the population convergence measure)

=====

CONSTRAINTS

=====

lower_bound= 0.005d0 0.005d0 0.005d0 0.005d0 (Components of the lower bound vector)
 upper_bound= 0.1d0 0.5d0 0.5d0 0.5d0 (Components of the upper bound vector)

=====

PARAMETERS OF DE-RSM SEARCH STRATEGY

=====

DE-RSM-de_search_strategy= DE/RAND/1 (DE search strategy configuration)
 DE-RSM-fh= 0.35d0 (Initial fraction of hybridization)
 DE-RSM-fhmin= 0.10d0 (Minimum fraction of hybridization)
 DE-RSM-fhmax= 0.90d0 (Maximum fraction of hybridization)
 DE-RSM-fhm= dynamic (Model for calculation of the factor of hybridization)
 RSM-RS_model= quadratic (Response Surface model)
 RSM-crsh= -0.5d0 (Crossover probability of the hybridized model)
 RSM-kw= 1 (Kind of weighting function for RSM fitting)
 RSM-fnb= 2.0d0 (Multiple of the minimum number of points for RSM fitting)
 RSM-netol= 0.0001d0 (Tolerance for distance when selecting neighbors points for RSM adjusting)

APÊNDICE C – AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Este apêndice apresenta a avaliação de desempenho dos algoritmos de otimização. O objetivo deste processo foi avaliar o desempenho de diferentes algoritmos de otimização no problema da minimização do coeficiente de arrasto e, assim, selecionar um algoritmo adequado para ser utilizado nas otimizações do problema. Para tal, foram realizadas otimizações com uma, duas, três e quatro variáveis de projeto em malhas com 30x30, 60x60 e 120x120 volumes, denominadas malhas m_1 , m_2 e m_3 , com algoritmos estocásticos e determinísticos.

As otimizações com algoritmos estocásticos foram realizadas com o algoritmo de Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*) do código DEPP e, da biblioteca Pagmo, com os algoritmos Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*), Evolução Diferencial Auto Adaptativa (SADE, do inglês, *Self-adaptive Differential Evolution*), Evolução Diferencial 1220 (DE1220, do inglês, *Differential Evolution 1220*) e Estratégia Evolutiva com Adaptação da Matriz de Covariância (CMA-ES, do inglês, *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*).

Os resultados obtidos, separados por malha e número de variáveis de projeto, são apresentados nas tabelas 48 a 59. A otimização com quatro variáveis de projeto e malha m_3 com o algoritmo de otimização SADE foi interrompida porque o número de chamadas da função objetivo já era muito maior que os valores obtidos nos outros algoritmos. Este resultado está apresentado na TABELA 59.

TABELA 48 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coeficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1326989585	220	1,39	22
DE	0,1326989585	270	1,37	27
DE1220	0,1326989585	290	1,50	29
SADE	0,1326989585	270	1,39	27
CMA-ES	0,1326989585	248	1,28	25

FONTE: O autor (2021).

TABELA 49 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1206981671	530	2,86	53
DE	0,1206981671	488	2,17	49
DE1220	0,1206981671	695	3,07	70
SADE	0,1206981671	649	2,85	65
CMA-ES	0,1206981671	408	1,79	42

FONTE: O autor (2021).

TABELA 50 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1187734581	737	3,86	75
DE	0,1187734581	1081	4,63	113
DE1220	0,1187734581	906	3,94	98
SADE	0,1187734581	936	4,04	101
CMA-ES	0,1187734581	623	2,83	69

FONTE: O autor (2021).

TABELA 51 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1186670698	3114	17,75	340
DE	0,1186677230	2037	9,40	306
DE1220	0,1186670698	3010	13,22	375
SADE	0,1186670698	2660	11,66	341
CMA-ES	0,1186677231	2572	11,71	362

FONTE: O autor (2021).

TABELA 52 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1346670216	270	6,46	27
DE	0,1346670216	290	7,14	29
DE1220	0,1346670216	290	7,27	29
SADE	0,1346670216	250	6,41	25
CMA-ES	0,1346670282	338	8,37	34

FONTE: O autor (2021).

TABELA 53 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1225238076	590	13,26	59
DE	0,1225238076	558	13,19	56
DE1220	0,1225238076	717	16,83	72
SADE	0,1225238077	649	15,07	65
CMA-ES	0,1225238077	459	10,65	49

FONTE: O autor (2021).

TABELA 54 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1201873065	1160	23,53	117
DE	0,1201873066	1489	32,79	159
DE1220	0,1201873065	1057	22,63	110
SADE	0,1201873065	1336	27,76	141
CMA-ES	0,1201873067	1046	22,47	117

FONTE: O autor (2021).

TABELA 55 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	0,1199142675	2360	63,93	268
DE	0,1199142689	2250	53,24	335
DE1220	0,1199142675	1954	46,95	284
SADE	0,1199202143	6097	135,71	683
CMA-ES	0,1199142694	2564	64,32	405

FONTE: O autor (2021).

TABELA 56 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	0,1358411153	210	0,97	21
DE	0,1358393344	340	1,63	34
DE1220	0,1358393344	280	1,38	28
SADE	0,1358393344	320	1,58	32
CMA-ES	0,1358393344	230	1,15	23

FONTE: O autor (2021).

TABELA 57 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	0,1233955991	460	2,24	46
DE	0,1233955991	703	3,36	71
DE1220	0,1233955991	655	3,18	66
SADE	0,1233955991	456	2,21	46
CMA-ES	0,1233955991	450	2,31	46

FONTE: O autor (2021).

TABELA 58 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	0,1209406792	877	3,83	89
DE	0,1209406792	1315	5,88	140
DE1220	0,1209406791	1874	7,95	192
SADE	0,1209406792	1275	5,65	132
CMA-ES	0,1209406798	775	3,84	98

FONTE: O autor (2021).

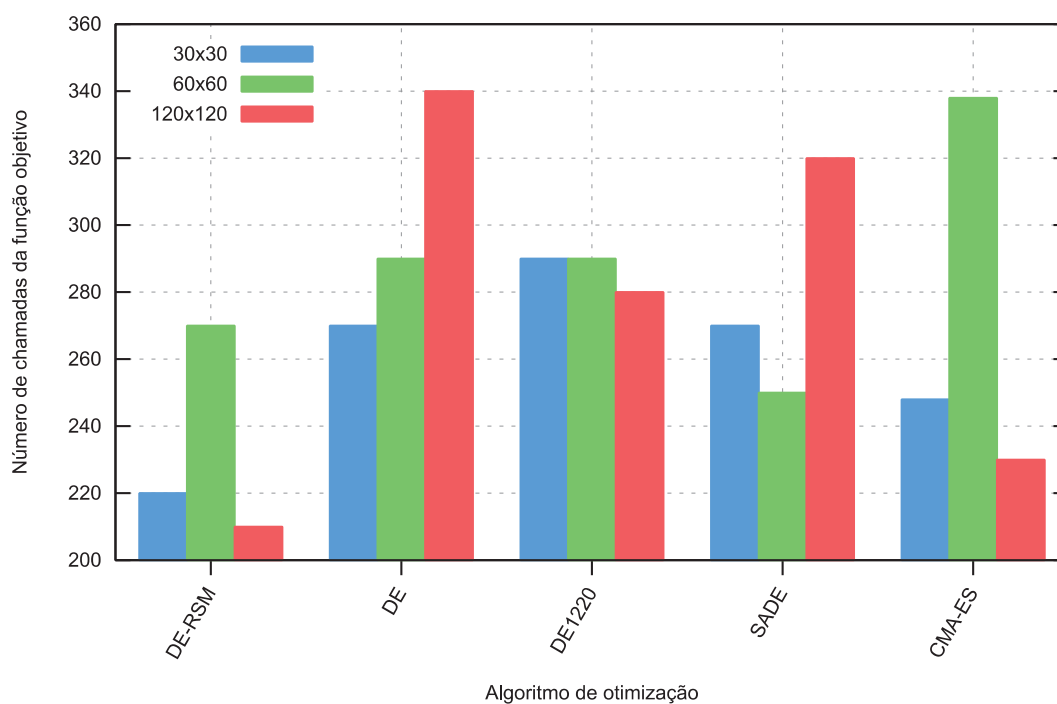
TABELA 59 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	0,1206026950	2388	14,74	268
DE	0,1206026950	1905	12,22	432
DE1220	0,1206026950	1787	10,45	313
SADE	0,1253127221	3684	21,00	473
CMA-ES	0,1206026950	2423	12,32	334

FONTE: O autor (2021).

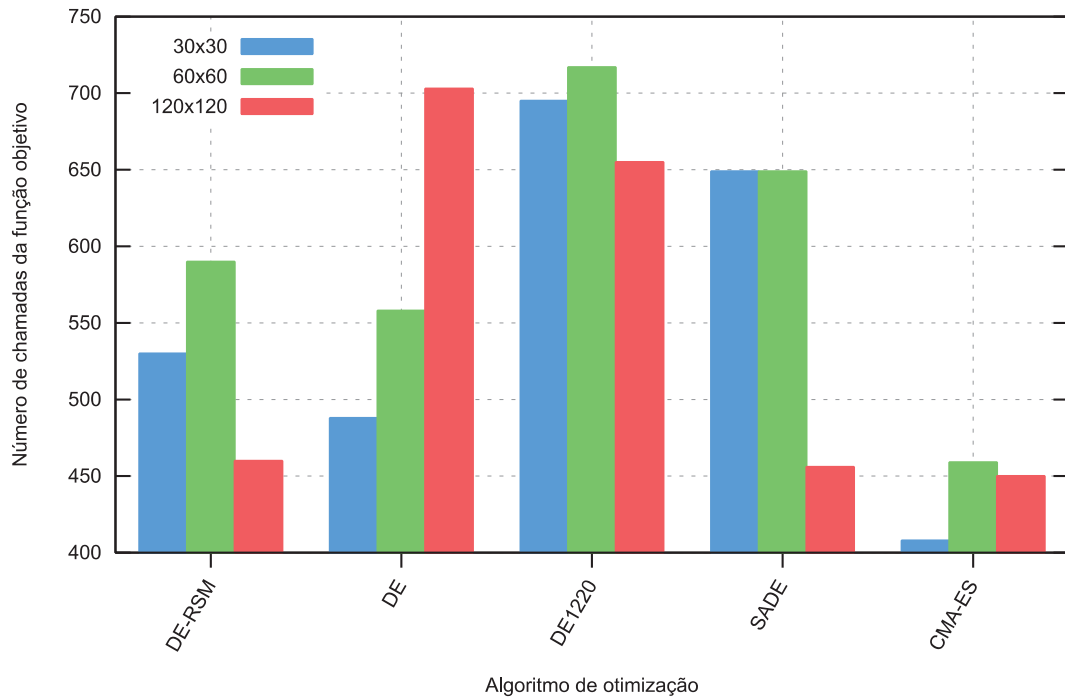
As figuras 40, 41, 42 e 43, apresentam gráficos com o número de chamada da função objetivo de cada algoritmo estocástico avaliado, para as três malhas estudadas, para uma, duas, três e quatro variáveis de projeto, respectivamente.

FIGURA 40 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO



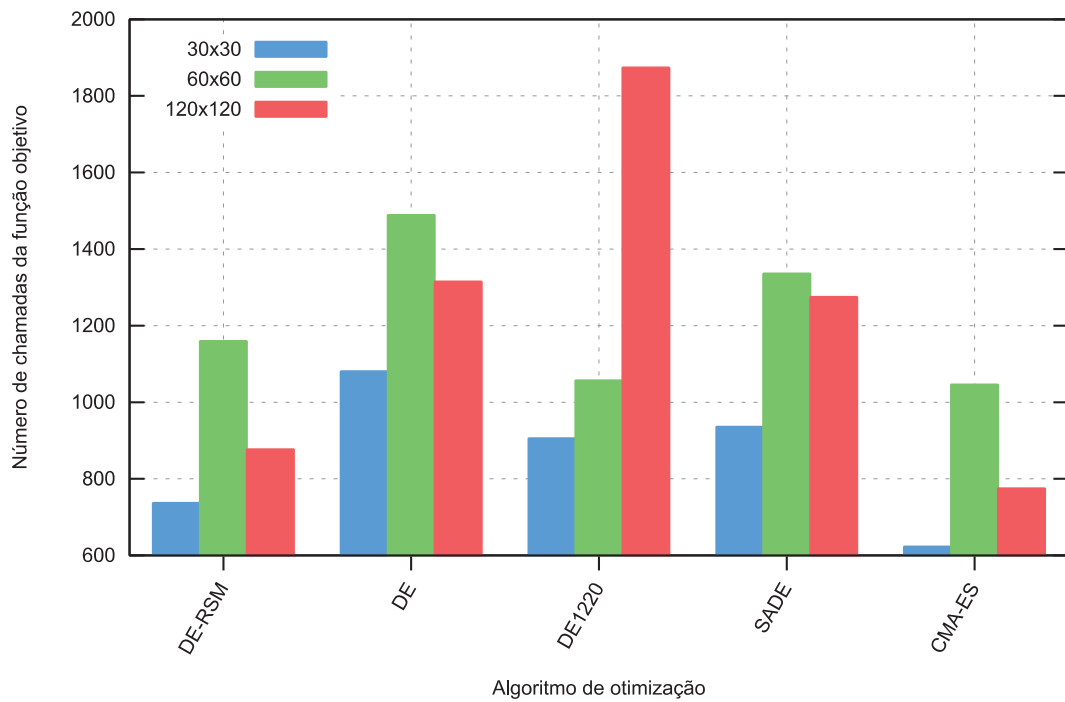
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 41 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO



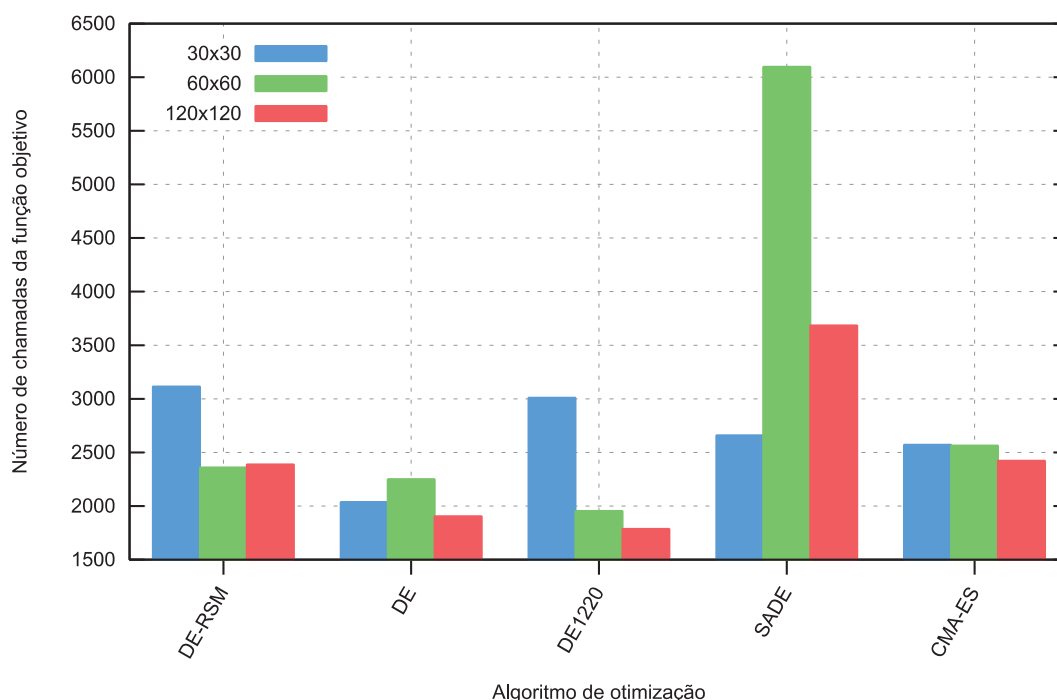
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 42 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 43 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O PROBLEMA OTIMIZADO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO



FONTE: O autor (2021).

As tabelas 60 a 71 apresentam os resultados das otimizações utilizando os seguintes algoritmos determinísticos da biblioteca Pagmo: *Sequential Least Squares Quadratic Programming* (SLSQP), *Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (LBFGS) e Neldermead. Para o cálculo dos gradientes foi utilizado uma variação de 10^{-8} nas variáveis de projeto para os problemas com uma, duas e três variáveis de projeto e uma variação de 10^{-4} com quatro variáveis de projeto. Essa mudança foi necessária pois nenhum dos algoritmos de otimização estavam conseguindo resolver o problema com quatro variáveis de projeto. Todos as geometrias otimizadas obtidas com os algoritmos determinísticos tiveram coeficientes de arrasto maiores do que os resultados obtidos com o uso de algoritmos estocásticos.

TABELA 60 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (s)
SLSQP	0,1326989597	33	6,56
LBFGS	0,1327005917	36	7,35
Neldermead	0,1326996622	18	4,26

FONTE: O autor (2021).

TABELA 61 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (s)
SLSQP	0,1206986168	55	9,58
LBFSGS	0,1206981672	64	11,38
Neldermead	0,1207004662	41	10,94

FONTE: O autor (2021).

TABELA 62 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (s)
SLSQP	0,1187749987	88	17,03
LBFSGS	0,1187734640	95	16,41
Neldermead	0,1187743392	114	28,90

FONTE: O autor (2021).

TABELA 63 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 30x30

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (s)
SLSQP	0,1192322432	117	26,31
LBFSGS	0,1460986263	314	40,98
Neldermead	0,1226853627	116	28,20

FONTE: O autor (2021).

TABELA 64 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (s)
SLSQP	0,1346670486	33	29,49
LBFSGS	0,1346670569	52	48,20
Neldermead	0,1346670496	18	18,18

FONTE: O autor (2021).

TABELA 65 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1225240543	56	0,76
LBFSGS	0,1225240954	76	1,07
Neldermead	0,1225254834	48	1,09

FONTE: O autor (2021).

TABELA 66 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1201874959	127	2,37
LBFSGS	0,1201873382	142	2,09
Neldermead	0,1201880129	105	2,18

FONTE: O autor (2021).

TABELA 67 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 60x60

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1213857249	114	1,78
LBFSGS	0,1468342673	386	3,63
Neldermead	0,1234119135	135	2,49

FONTE: O autor (2021).

TABELA 68 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1358394008	31	4,95
LBFSGS	0,1358411153	64	10,90
Neldermead	0,1358393490	21	4,36

FONTE: O autor (2021).

TABELA 69 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1233957162	51	8,38
LBFSGS	0,1233955994	70	11,99
Neldermead	0,1233957421	51	13,75

FONTE: O autor (2021).

TABELA 70 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1209407131	123	28,30
LBFSGS	0,1209407189	111	18,42
Neldermead	0,1209418635	97	24,10

FONTE: O autor (2021).

TABELA 71 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 120x120

Algoritmo	Coefficiente de arrasto	Chamadas da função	Tempo (min)
SLSQP	0,1207133981	131	26,39
LBFSGS	0,1471366197	322	34,42
Neldermead	0,1237598845	116	25,00

FONTE: O autor (2021).

Para avaliar o desempenho dos algoritmos, os resultados apresentados nas tabelas anteriores foram avaliados e comparados. O número de chamadas da função objetivo foi o valor utilizado nas análises dos algoritmos estocásticos pois ele está

diretamente relacionado com o tempo de otimização. Para esses algoritmos, os valores ótimos dos coeficientes de arrasto em cada caso otimizado não tiveram diferenças, com a exceção de poucos casos. Assim, foi considerado que quanto menor o número de chamadas da função objetivo melhor o desempenho do algoritmo. A pontuação s de cada algoritmo de otimização foi realizada dando um maior peso para otimizações em malhas mais finas e para números maiores de variáveis de projeto. Para tal, foi utilizada a equação (72) para pontuar cada algoritmo. Nessa equação, m indica o nível da malha, N o número de variáveis de projeto e $N_{f_{m,N}}$ o número de chamadas da função objetivo.

$$s = \sum_{m=1}^3 \left[\frac{m}{3} \sum_{N=1}^4 \left(\frac{N}{4} N_{f_{m,N}} \right) \right] \quad (72)$$

$$s = \left[\frac{s}{\text{mínimo}(s)} \right]^{-1} \quad (73)$$

A equação (73) foi utilizada para normalizar os valores das pontuações. A TABELA 72 apresenta a pontuação normalizada de cada algoritmo de otimização estocástico. Assim, tem-se que o algoritmo de otimização CMA-ES da biblioteca Pagmo foi o que apresentou o melhor desempenho na otimização do problema. O algoritmo DE também apresentou um bom desempenho.

TABELA 72 – PONTUAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICOS

Algoritmo	Pontuação
DE-RSM	0,969
DE	0,996
DE1220	0,965
SADE	0,610
CMA-ES	1,000

FONTE: O autor (2021).

Com base nos resultados apresentados nas tabelas e figuras com os resultados dos algoritmos estocásticos, nota-se que o algoritmo CMA-ES apresentou o melhor desempenho nas otimizações com duas e três variáveis de projeto, para todas as malhas utilizadas, como pode ser mais claramente visto na FIGURA 41 e na FIGURA 42. Para uma variável de projeto, o algoritmo de otimização DE-RSM do código DEPP apresentou o melhor desempenho, possuindo o menor número de

chamadas da função objetivo para as malhas m_1 e m_3 com, respectivamente, 30x30 e 120x120 volumes, e o segundo menor número de chamadas da função objetivo na malha m_2 com 60x60 volumes. Isso é observável na FIGURA 40. Já com quatro variáveis de projeto, o algoritmo DE1220 apresentou o menor número de chamadas nas duas malhas mais finas avaliadas, como pode ser visto na FIGURA 43.

A avaliação dos algoritmos determinísticos foi realizada utilizando-se o valor do coeficiente de arrasto para classificá-los, equação (74). Nessa equação $C_{D_{m,N}}$ é o valor do coeficiente de arrasto obtido na malha m com N variáveis de projeto. A pontuação de cada algoritmo foi normalizada com a equação (73).

$$s = \sum_{m=1}^3 \left[\frac{m}{3} \sum_{N=1}^4 \left(\frac{N}{4} C_{D_{m,N}} \right) \right] \quad (74)$$

A TABELA 73 apresenta a pontuação dos algoritmos determinísticos. O algoritmo SLSQP foi o que apresentou o melhor desempenho entre estes algoritmos. Analisando-se as tabelas a respeito dos algoritmos determinísticos, nota-se que o algoritmo SLSQP foi o que apresentou o melhor desempenho na otimização com quatro variáveis de projeto e apresentou um bom desempenho nos outros casos.

TABELA 73 – PONTUAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO DETERMINÍSTICOS

Algoritmo	Pontuação
SLSQP	1,000
LBFGS	0,921
Neldermead	0,991

FONTE: O autor (2021).

Comparando-se os resultados dos algoritmos determinísticos e estocásticos, pode-se notar que os algoritmos estocásticos alcançaram geometrias com coeficientes de arrasto menores, mas com custo computacional maior. Como não há garantia de que o ótimo global é obtido com o uso de algoritmos de otimização determinísticos, foram selecionados os algoritmos estocásticos CMA-ES e DE para realizarem as otimizações do problema deste trabalho. O segundo algoritmo será usado no caso de algum problema com o uso do algoritmo CMA-ES.

APÊNDICE D – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO SU2

Este apêndice contém as opções utilizadas no código SU2 versão 7.0.6. Estas configurações foram utilizadas nas simulações advindas do processo de otimização.

% PROBLEM DEFINITION

```
SOLVER= EULER
AXISYMMETRIC= YES
RESTART_SOL= YES
SYSTEM_MEASUREMENTS= SI
```

% COMPRESSIBLE FREE-STREAM DEFINITION

```
MACH_NUMBER= 3.0
AOA= 0.0
SIDESLIP_ANGLE= 0.0
FREESTREAM_PRESSURE= 4487.5788865364701
FREESTREAM_TEMPERATURE= 200.0
```

% IDEAL GAS AND POLYTROPIC CONSTANTS

```
FLUID_MODEL= STANDARD_AIR
GAMMA_VALUE= 1.4
GAS_CONSTANT= 287.058
```

% REFERENCE VALUE DEFINITION

```
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 0.125
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
REF_LENGTH= 2.0
REF_AREA= 0.78539816339744830961566
```

% BOUNDARY CONDITION DEFINITION

```
MARKER_EULER= ( Wall )
MARKER_SUPERSONIC_INLET= ( Inlet, 200.0, 4487.5788865364701,
850.5211108491076131426157437193122717, 0.0, 0.0 )
MARKER_OUTLET= ( Outlet, 4487.5788865364701)
MARKER_SYM = ( Symmetry )
```

% SURFACES IDENTIFICATION

```
MARKER_PLOTTING= ( Wall )
MARKER_MONITORING= ( Wall )
```

% COMMON PARAMETERS DEFINING THE NUMERICAL METHOD

```
NUM_METHOD_GRAD= WEIGHTED_LEAST_SQUARES
CFL_NUMBER= 1.0
CFL_ADAPT= YES
CFL_ADAPT_PARAM= ( 0.1, 1.5, 1.0, 12.0 )
ITER= 10001
```



```

% LINEAR SOLVER DEFINITION
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= ILU
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 20

% FLOW NUMERICAL METHOD DEFINITION
CONV_NUM_METHOD_FLOW= JST
MUSCL_FLOW= NO
SLOPE_LIMITER_FLOW= NONE
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT

% CONVERGENCE PARAMETERS
CONV_FIELD= RMS_DENSITY
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -14
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_ELEMS= 100
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-10

% INPUT/OUTPUT INFORMATION
MESH_FILENAME= Nose2D.su2
MESH_FORMAT= SU2
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= solution_flow.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
VOLUME_FILENAME= flow
SURFACE_FILENAME= surface_flow
OUTPUT_WRT_FREQ= 100000
SCREEN_WRT_FREQ_INNER= 150
SCREEN_OUTPUT= (INNER_ITER, RMS_DENSITY, DRAG)

```